Scientometrics Research Journal

Scientific Bi-Quarterly of Shahed University
Vol. 6, No. 1, Spring & Summer 2020 (Serial 11)

Research Article

DOI: 10.22070/rsci.2019.4630.1309

The analysis of the co-authorship graph of Iranian researchers in mathematics by graph parameters

Farzad Shaveisi [1*]

Mostafa Amini [2]

1. *Assistant Professor, Department of Mathematics, Faculty of Sciences, Razi University. (Corresponding author)*
2. *Assistant Professor, Department of Mathematics, Faculty of Sciences, Payam Noor University. Email: amini.pnu1356@gmail.com*

Email: f.shaveisi@razi.ac.ir

Date of Reception: 19/09/2019

Date of Acceptation: 25/12/2019

Abstract

Purpose: The objective of this research is to study and compare the co-authorship graphs (networks) of Iranian researchers in the main fields of mathematics by using records, extracted from WOS and Google Scholar, and graph parameters.

Methodology: The co-authorship graphs (networks) of Iranian researchers in 6 specialty fields of mathematics have been drawn by mathematical methods and software. Overall this research, 276 Iranian researchers in mathematics were considered and the co-authorship graphs in all fields were drawn and compared. Some mathematical graph parameters such as degrees of vertices, diameter, radius, independence number, vertex and edge chromatic numbers, matching number, for all co-authorship graphs were calculated too. Finally, we analyze and compare the co-authorship graphs by using these graph parameters.

Findings: The research findings showed that two specialty fields Operation Research and Graphs and Combinatorics with average degrees 4.20 and 3.70, respectively, have high research collaboration with respect to other fields. The greatest diameter in the co-authorship graph, which equals 8, belongs to Commutative Algebra and the co-authorship graphs of the specialty field Numerical Analysis and Group Theory have the same least value of radius 3.

Conclusion: In some specialty fields of mathematics, which are pure, there is not enough collaboration among Iranian researchers. So, it is better that these researchers try to have more collaboration to publish stronger and deeper research works in the international journals. For this aim, more budget allocations should be considered to accelerate researchers to do group works with high quality.

Keywords: Co-authorship graph (network), Degree, Chromatic number, Independence number, Matching.

پژوهش‌نامه علم‌سنجی
دوفصلنامه علمی دانشگاه شاهد/ دوره ۶/ شماره ۱/ بهار و تابستان ۱۳۹۹ (پیاپی ۱۱)

مقاله پژوهشی

DOI: 10.22070/rsci.2019.4630.1309

تحلیل گراف هم‌تـألیفی محققـان ایرانـی رشـته ریاضی با استفاده از پارامترهای گرافی

فرزاد شاویسی [1*]
مصطفی امینی [2]

۱. استادیار گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه رازی (نویسنده مسئول).
۲. استادیار گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه پیام نور.
Email: amini.pnu1356@gmail.com

Email:f.shaveisi@razi.ac.ir

صفحه ۲۶۰-۲۳۷
دریافت: ۱۳۹۸/۶/۲۸
پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۴

چکیده

هدف: هدف این پژوهش، مطالعه و مقایسه گراف‌های (شبکه‌های) هم‌تألیفی پژوهشگران ایرانی در گرایش‌های اصلی ریاضیات با استفاده از داده‌های استخراج‌شده از وب آو ساینس و گوگل اسکالر و پارامترهای گرافی است.

روش‌شناسی: در این پژوهش کاربردی علم‌سنجی، گراف‌های هم‌تألیفی محققان ایرانی در ۶ گرایش ریاضیات با استفاده از روش‌ها و نرم‌افزارهای ریاضی ترسیم شدند. پس از استخراج داده‌های مربوط به مستندات علمی-پژوهشی ۲۷۶ نفر از پژوهشگران ایرانی در رشته ریاضی از پایگاه های علمی وب آو ساینس و گوگل اسکالر، گراف های مربوط به گرایش های تخصصی جداگانه رسم و با همدیگر مقایسه شدند. برخی پارامترهای گرافی مانند درجات رئوس، قطر، شعاع، عدد استقلال، اعداد رنگی رأسی و یالی و عدد تطابقی برای تمامی گراف‌ها نیز محاسبه شدند. در پایان با استفاده از این پارامترهای گرافی، گراف‌های هم‌تألیفی مقایسه و تحلیل شدند.

یافته‌ها: یافته‌های پژوهش نشان دادند که گرایش‌های تخصصی تحقیق در عملیات و گراف و ترکیبات با داشتن میانگین درجات به‌ترتیب ۴.۲ و ۳.۷ از همکاری پژوهشی بالاتری نسبت به سایر گرایش‌ها برخوردارند. بیشترین قطر گراف در بین گراف‌های هم‌تألیفی مورد مطالعه ۸ بوده و مربوط به گرایش جبر جابجایی است. در گراف هم‌تألیفی گرایش‌های آنالیز عددی و نظریه گروه‌ها با داشتن شعاع ۳ دارای کمترین شعاع هستند.

نتیجه‌گیری: در برخی شاخه های تخصصی حوزه ریاضیات که از نوع محض هستند، همکاری پژوهشی بین پژوهشگران ایرانی وجود دارد. لذا بهتر است پژوهشگران در این شاخه‌ها به کارهای گروهی تمایل بیشتری داشته باشند تا کارهای پژوهشی عمیق‌تری در مجلات معتبر بین‌المللی چاپ کنند. در این راستا باید بودجه‌ها و امتیازات خاصی برای تشویق پژوهشگران به انجام کارهای گروهی با کیفیت بالا در نظر گرفته شود.

واژگان کلیدی: گراف (شبکه) هم‌تألیفی، درجه، عدد رنگی، عدد استقلال، تطابق.

مقدمه و بیان مسئله

واضح است که رسیدن به خودکفایی علمی هدف اصلی اغلب کشورهاست. هیچ عاملی به اندازه فعالیت علمی در توسعه یک کشور مؤثر نیست؛ زیرا بین توسعه علمی و توسعه اقتصادی رابطه مستقیمی وجود دارد. به‌عبارت‌دیگر، کشورهایی که توسعه‌یافته اقتصادی هستند، از نظر علمی در سطح ممتازی قرار دارند (عصاره، نوروزی چاکلی و کشوری، ۱۳۸۹). ارزیابی تولیدات علمی-پژوهشی یک کشور از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. یکی از روش‌های ارزیابی علمی، سنجش میزان مشارکت و همکاری پژوهشگران در تولیدات علمی می‌باشد. درواقع، همکاری علمی نویسندگان و پژوهشگران، امتیازات زیادی برای آنها به دنبال دارد. یک شبکه اجتماعی مجموعه‌ای از عامل‌ها و روابط آنهاست که این عامل‌ها را با هم نگه می‌دارد. عامل‌ها می‌توانند اشخاص، گروه‌ها یا سازمان‌ها باشند. شبکه‌ها یا گراف‌هایی که بر اساس همکاری بین عامل‌ها به وجود می‌آیند، یکی از مفیدترین و مهم‌ترین روش‌ها، سنجش میزان همکاری پژوهشی محققان یک منطقه جغرافیایی یا یک رشته تخصصی می‌باشد (عصاره، سهیلی، فرج‌پهلو و معرف‌زاده، ۱۳۹۱). اگرچه کارهای پژوهشی گروهی در گذشته، مختص رشته‌های انسانی و تجربی (به‌ویژه پزشکی) بوده‌اند، در سال‌های اخیر در رشته‌های نظری مانند فیزیک و ریاضیات نیز رایج شده است. طبیعی است که کارهای پژوهشی گروهی از کیفیت و کاربرد بیشتری برخوردار هستند. درنتیجه سنجش میزان همکاری پژوهشی محققین هر کشوری (به‌ویژه در یک گرایش تخصصی خاص) حائز اهمیت است. با توجه به موارد ذکرشده و همگام با تسهیل همکاری‌های علمی به‌واسطه‌ی پیشرفت‌های فناورانه (کاباناک[1] و همکاران، ۲۰۱۵)، درک مزایای جهانی آن نیز افزایش یافته است (سایگلر[2]، ۲۰۱۵) و دانشمندان را به این اعتقاد غالب رهنمون کرده که این همکاری‌ها به بهینه‌سازی فرایند پژوهش کمک می‌کنند (محمدیان و وزیری، ۱۳۹۶). مفهوم «همکاری[3]» به‌عنوان توصیفی برای رفتارهای انتشاراتی پژوهشگران، به فرایندی اشاره دارد که طی آن متخصصان حوزه‌های علمی در یک هم‌افزایی شناختی[4] در پی اتخاذ بهترین شیوه انجام کار هستند. فرایندی که در آن کمتر بر برد-باخت و بیشتر بر مشارکت تأکید می‌شود (پاپ[5] و همکاران، ۲۰۱۸). مهم‌ترین روابط اجتماعی بین پژوهشگران در قالب هم‌تألیفی ظاهر می‌گردد. هم‌تألیفی محصول همکاری علمی (تاج‌الدینی و همکاران، ۲۰۱۸) و رسمی‌ترین جلوه همکاری ذهنی پژوهشگران برای تولید یک اثر است (هادسون[6]، ۱۹۹۶). طیف وسیعی از سنجه‌ها در ارزیابی شبکه هم‌تألیفی پژوهشگران مورد استفاده است (ون نوردن[7]، ۲۰۱۰). یک مدل نسبتاً جدید برای این منظور، مجموعه تکامل‌یافته از الگوریتم‌های ریاضی است که به تحلیل شبکه‌های اجتماعی معروف می‌باشد (وندرلست[8]، ۲۰۱۵). تحلیل شبکه اجتماعی مبتنی بر ماهیت خود، بر روابط متقابل افراد و گروه‌ها تمرکز کرده و از روش‌های آماری متداول، متمایز است. مهم‌ترین ویژگی این رویکرد آن است که تحلیل و تفسیر جزئی برحسب ویژگی‌های موضوعات مستقل را به تحلیل و تفسیر پدیده‌ها برحسب روابط میان عامل‌های مستقل یک سیستم تبدیل می‌کند (بورگاتی[9]، ۲۰۰۵) و کانون توجه خود را از افراد و ویژگی‌هایشان به

1 . Cabanac
2 . Cygler
3 . Collaboration
4 . Cognitive Synergy
5 . Popp
6 . Hudson
7 . Van Noorden
8 . Vanderelst
9 . Borgatti

ارتباطات جفت افراد و گروه‌ها تغییر می‌دهد (پارخه[1] و همکاران ۲۰۰۶). در ادامه این بخش به بیان مسئله این پژوهش می‌پردازیم. در حوزه گسترده ریاضیات، پژوهشگران زیادی در سطح کشور وجود دارند که دارای همکاری علمی با همدیگر هستند؛ علاوه‌براین یافته‌های پژوهشی در این حوزه در اغلب حوزه‌های دیگر مانند مهندسی، فیزیک و شیمی کاربرد دارند. درنتیجه خلأ یک پژوهش جامع در مورد سنجش میزان همکاری‌های پژوهشی در این حوزه محسوس می‌باشد. هدف اصلی این پژوهش، سنجش میزان همکاری پژوهشی محققان در گرایش‌های تخصصی رشته ریاضیات در کشور ایران می‌باشد. با توجه به اینکه گرایش‌های تخصصی این رشته زیاد است، سعی می‌شود که فقط گرایش‌های مهم و اصلی در نظر گرفته شوند. همچنین از گرایش‌های نوپا در ایران صرف‌نظر شده است. گرایش‌های تخصصی که در این مقاله مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند، عبارت‌اند از: نظریه گروه‌ها، گراف و ترکیبات، آنالیز عددی، جبر جابه‌جایی، تحقیق در عملیات و آنالیز تابعی. با توجه به اینکه در مقالات زیادی برای تحلیل میزان همکاری پژوهشی نویسندگان ایرانی از شبکه‌های هم‌تألیفی استفاده شده است، در این مقاله سعی بر این است تا با نسبت‌دادن گراف هم‌تألیفی به محققان گرایش‌های تخصصی مذکور، همکاری پژوهشی محققان ایرانی در رشته ریاضیات تجزیه و تحلیل شود. همچنین با استفاده از پارامترهایی که در نظریه گراف‌ها، استاندارد و پرکاربرد هستند، میزان همکاری پژوهشی در گرایش‌های تخصصی با هم مقایسه می‌شوند. لازم به ذکر است که معیارهایی که در این مقایسه‌ها و تحلیل‌ها استفاده خواهند شد، از لحاظ ریاضی همگی دقیق، خوش‌تعریف و پرکاربرد هستند. مزیت اصلی این مقاله در این است که میزان همکاری پژوهشی محققین گرایش‌های تخصصی، دقیق، به زبان ریاضی و درعین‌حال قابل فهم برای عموم خواهند بود. این در حالی است که در مقالاتی که شبکه (گراف)های هم‌تألیفی قبلاً مطالعه شده‌اند، از شاخص‌ها و معیارهای علم اطلاعات استفاده شده است. در نتیجه‌گیری پایانی مقاله نیز، میزان همکاری‌های پژوهشی در گرایش‌های مورد بحث کامل و دقیق و درعین‌حال مختصر، با هم مقایسه شده است. این پژوهش، ضمن پرداختن به موضوعات فوق، به این سؤال اصلی پاسخ می‌دهد که همکاری پژوهشگران ایرانی حوزه ریاضیات در گرایش‌های تخصصی این حوزه بر اساس پارامترهای شبکه هم‌تألیفی چگونه است؟

سؤال‌های پژوهش

۱. تنوع زمینه‌های پژوهشی در کدام گرایش تخصصی رشته ریاضیات در سطح کشور ایران بیشتر است؟
۲. پژوهشگران با بیشترین همکاری پژوهشی در کدام گرایش تخصصی فعالیت می‌کنند؟ تعداد مقالات گروهی و نیز بزرگ‌ترین گروه تحقیقاتی مربوط به کدام گرایش یا گرایش‌های تخصصی است؟
۳. با توجه به دیگر پارامترهای گرافی مانند قطر و شعاع، میزان انسجام همکاری پژوهشی در کدام گرایش‌های تخصصی رشته ریاضیات در ایران، در سطح مطلوبی قرار دارند؟
۴. تعداد گروه‌های تحقیقاتی موازی و متمایز در کدام گرایش تخصصی در رشته ریاضیات در سطح کشور بیشتراست؟

چارچوب نظری

نظریه گراف یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین شاخه‌های رشته ریاضیات است که از سال ۱۹۷۴ و با مقاله‌ای از

1 . Parkhe

اویلر[1] شروع شد (وست[2] ۲۰۰۱). این شاخه نوپای ریاضی در طول کمتر از دو قرن به یکی از بزرگ‌ترین شاخه‌های ریاضیات تبدیل شده است. کاربردهای این شاخه از ریاضیات، تقریباً در تمامی شاخه‌های علوم قابل مشاهده است. از جمله کاربردهای نظریه گراف می‌توان به مطالعه ساختار و نقطه جوش مولکول‌های شیمیایی، زیست‌شناسی، بررسی فضاهای معماری، کامپیوتر و کدگذاری، مخابرات (به‌ویژه در مطالعه فرکانس گیرنده‌های رادیویی و اینترنتی)، آمار و نظریه بازی‌ها، ارتباط پیوندها و شبکه‌های اینترنتی، بررسی شبکه‌های اجتماعی، کاربرد در علم اطلاعات و دانش‌شناسی و ترسیم ساختار حوزه‌های علمی و مانند آن اشاره کرد. برای اثبات وسیع‌بودن کاربردهای نظریه گراف کافی است بدانید که حتی از گراف برای بررسی نظم شعر (فارسی) نیز استفاده شده است.

در این بخش، پارامترهای گرافی مورد نیاز معرفی شده و در ادامه به تفسیر آنها پرداخته شده است. ۱. یک گراف از دو مجموعه رأس‌ها و یال‌ها تشکیل شده است که در آن هر یال از دو رأس مانند x و y شکل می‌گیرد و به‌صورت $x-y$ نمایش داده شده است و تعداد رئوس و یال‌های یک گراف را به‌ترتیب مرتبه و اندازه گراف می‌نامند. گرافی که در این پژوهش برای ترسیم روابط هم‌تألیفی استفاده می‌شود، که گراف هم‌تألیفی نامیده می‌شود، گرافی است که در آن متناظر با هر محقق یک رأس در نظر گرفته می‌شود و دو رأس (محقق) را توسط یک یال به همدیگر متصل می‌کنیم به شرط اینکه حداقل یک مقاله مشترک چاپ کرده باشند؛ ۲. همسایگی یک رأس، مجموعه رئوسی است که هرکدام توسط یک یال به‌طور مستقیم به آن رأس متصل باشند که تعداد اعضای این همسایگی را درجه آن رأس گویند. در گراف هم‌تألیفی همسایگی یک محقق شامل محققانی است که با او حداقل یک کار پژوهشی مشترک به چاپ رسانده باشند. هرچقدر درجه یک محقق بیشتر باشد، تعداد همکاری‌های پژوهشی او بیشتر است؛ ۳. اگر بین دو رأس x و y به تعداد $(k-1)$رئوس موجود باشد به‌طوری که از x تا y به‌طور متوالی به هم متصل شده باشند، آنگاه می‌گوییم یک مسیر به طول k بین رئوس x و y وجود دارد. وجود مسیر به طول بیشتر از یک بین دو محقق در گراف هم‌تألیفی به معنی همکاری پژوهشی غیرمستقیم (باواسطه) آنهاست؛ ۴. اگر رئوس ابتدا و انتهای مسیر یکسان باشند، آنگاه مسیر را دور می‌نامند؛ ۵. طول کوتاه‌ترین دور در گراف را کمر گراف می‌نامند و طول کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس را فاصله آن دو رأس می‌نامند. در گراف هم‌تألیفی هرچقدر فاصله دو رأس کمتر باشد، زمینه کاری دو محقق متناظر با آن دو رأس ممکن است به هم نزدیک‌تر باشد؛ ۶. اگر یک رأس دلخواه را ثابت در نظر بگیریم و طول مسیرهای این رأس ثابت با رأس‌های دیگر محاسبه شود، آنگاه بیشترین طول این مسیرها را انحراف از مرکز آن رأس می‌نامند. بنابراین در گراف هم‌تألیفی، انحراف از مرکز به ازای هر محقق میزان نزدیکی همکاری پژوهشی آن محقق با سایر محققان گرایش تخصصی مربوطه را نشان می‌دهد. به‌عبارت‌دیگر، هرچقدر انحراف از مرکز یک محقق در گراف هم‌تألیفی گرایش تخصصی مربوطه کمتر باشد، آن محقق همکاری پژوهشی نزدیک‌تری با سایر محققان در آن گرایش تخصصی دارد؛ ۷. همچنین اگر هر رأس دلخواه را ثابت در نظر بگیریم و کوتاه‌ترین مسیرهای این رأس‌های ثابت با رأس‌های دیگر محاسبه شود، آنگاه بیشترین طول این مسیرها را قطر گراف و کمترین طول این مسیرها را شعاع گراف نامیده می‌شود. بزرگ‌بودن مقدار قطر در گراف هم‌تألیفی بدین معنی است که دو محقق در یک گرایش تخصصی وجود دارند که زمینه کاری آنها از همدیگر دور است. رئوسی که انحراف از مرکز آنها دقیقاً برابر شعاع باشد را رئوس مرکزی گراف می‌نامند. بنابراین در گراف هم‌تألیفی، رئوس مرکزی شامل آن دسته محققینی است

1 . Euler
2 . West

که زمینه کاری پژوهشی آنها با سایر محققین نزدیک‌تر است و ۸. یک خوشه در گراف G متشکل از تعدادی رأس است که دوبه‌دو به هم متصل هستند. تعداد رئوس بزرگ‌ترین خوشه در گراف مذکور را عدد خوشه‌ای می‌نامند. یک خوشه در گراف هم‌تألیفی را می‌توان به‌عنوان یک زیرگروه تحقیقاتی تعبیر کرد. هرچقدر عدد خوشه‌ای گراف هم‌تألیفی بزرگ‌تر باشد، در گرایش تخصصی مربوطه گروه تحقیقاتی بزرگ‌تری وجود دارد. توجه داریم که یک گروه تحقیقاتی به مجموعه‌ای از محققین در یک گرایش تخصصی اطلاق می‌شود که تمام اعضای آن مجموعه دوبه‌دو با هم کار مشترک پژوهشی به چاپ رسانده‌اند. گراف هم‌تألیفی این پژوهش درواقع، یک مدل ریاضی دقیق و قابل تصور از میزان همکاری پژوهشی در یک رشته، یک دانشگاه یا منطقه جغرافیایی را ترسیم می‌کند. با وجود اینکه این گراف در مطالعه شاخص‌ها و روش‌های علم‌سنجی نیز به کار گرفته می‌شود، اما در این پژوهش با دید دقیق‌تر و وسیع‌تری به این گراف توجه می‌شود. برای سنجش میزان همکاری پژوهشی پژوهشگران، در این پژوهش از معیارهای دقیق ریاضی استفاده شده است که برخی از آنها در روش‌های علم‌سنجی در نظر گرفته نمی‌شوند. به‌عنوان مثال، در روش‌های علم‌سنجی، اعداد رنگی، استقلال و تطابقی در نظر گرفته نمی‌شوند که در بخش‌های بعدی (بعد از روش‌شناسی پژوهش) این نوع پارامترها معرفی و توصیف شده‌اند. برای اطلاع بیشتر در مورد مفاهیم فوق و تعریف‌های مشابه می‌توان به (باندی و مورت[1]، ۱۹۷۶) یا به (وست ۲۰۰۱) مراجعه کرد.

پیشینه پژوهش

پیشینه پژوهش در داخل

عصاره، نوروزی چاکلی و کشوری (۱۳۸۹) به مطالعه هم‌نویسندگی پژوهشگران ایرانی در برخی رشته‌های علوم انسانی در وب آو ساینس[2] در سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۶ میلادی پرداخته‌اند. آنها در این مقاله از ضریب هم‌نویسندگی در تولیدات علمی ایران در حوزه‌های موضوعی مورد بحث برای تحلیل داده‌ها استفاده کرده‌اند. بر اساس نتایج این پژوهش برای ضریب مشارکت نویسندگان در دوره مورد بررسی روندی صعودی است. همچنین نشان داده شده است که بیشترین مشارکت در تولید مدارک ۲ و ۳ نویسندگی برآورد شده و ضریب مشارکت کلی نویسندگان ۵۹ درصد بوده است. حریری و نیکزاد (۱۳۹۰) بررسی تطبیقی شبکه‌های هم‌تألیفی در مقالات ایرانی رشته‌های کتابداری و اطلاع‌رسانی، روان‌شناسی، مدیریت و اقتصاد در پایگاه آی. اس. آی. بین سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۹ را انجام داده‌اند. در این پژوهش که از نوع کتاب‌سنجی است از روش تحلیل شبکه به‌منظور مصورسازی شبکه‌های هم‌تألیفی و از نرم‌افزارهای اکسل و پاژک برای تجزیه و تحلیل داده استفاده شده است. در نتایج این پژوهش نشان داده شده است که بیشترین مشارکت در تولید مدارک دو و سه نویسنده‌ای بوده است و نویسندگان رشته روانشناسی به چندنویسندگی گرایش بیشتری داشته‌اند. همچنین رشته مدیریت بالاترین میزان پیوستگی و رشته روانشناسی بالاترین میزان گسستگی را در شبکه هم‌تألیفی دارا بوده‌اند. از جمله دیگر مقالات که در آنها شبکه هم‌نویسندگی مورد بررسی قرار گرفته است، می‌توان به مقاله‌ای تحت عنوان "بررسی سنجه مرکزیت در شبکه هم‌نویسندگی مقالات مجله‌های علم اطلاعات" که در سال ۱۳۹۱ توسط عصاره و همکارانش چاپ شده است، اشاره کرد (عصاره، سهیلی، فرج‌پهلو و معرف‌زاده، ۱۳۹۱). در نتایج حاصل از تحلیل در این پژوهش نویسنده با بالاترین مرکزیت رتبه، بینابینی، بردار ویژه و نزدیکی در

1 . Bondy & Murty
2 . Web of Science

مجلات علم‌سنجی و علوم اطلاعات تعیین شده است. همچنین نشان داده شده است که به‌طور کلی شبکه هم‌تألیفی پژوهشگران علم اطلاعات کم‌تراکم می‌باشد. عرفان‌منش و بصیریان جهرمی (۱۳۹۱) نیز با استفاده از شاخص‌های تحلیل شبکه‌های اجتماعی به مطالعه و بررسی شبکه‌های هم‌تألیفی ۳۱۳ مقاله منتشرشده در فصل‌نامه مطالعات علمی کتابداری و سازمان‌دهی اطلاعات طی سال‌های ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۰ پرداخته‌اند. در نتایج این پژوهش نشان داده شده است که شبکه هم‌تألیفی مقالات فصلنامه مطالعات ملی کتابداری و سازمان‌دهی اطلاعات ویژگی‌های یک شبکه جهان کوچک و نیز شبکه مستقل از مقیاس را داراست. علاوه‌براین نظریه شش درجه جدایی در خصوص آن صادق است. حسن‌زاده و همکاران (۱۳۹۳) به بررسی مدارک دانشگاه علوم پزشکی ایران که در پایگاه وب آو ساینس که تا پایان سال ۲۰۰۷ میلادی ثبت شده بود، در ۵ حوزهٔ موضوعی ایمنی‌شناسی، سیستم‌های گردش خون، علوم اعصاب، جراحی و داروشناسی پرداخته‌اند. اخیراً صدیقی نیز از تحلیل شبکه‌های اجتماعی برای تحلیل و بررسی وضعیت تولیدات علمی محققان ایرانی در سه حوزه فناوری اطلاعات، مدیریت، علم اطلاعات و دانش‌شناسی استفاده کرده است (صدیقی ۱۳۹۶). در این پژوهش، در راستای آشنایی بیشتر با وضعیت همکاری علمی پژوهشگران این حوزه‌ها به مطالعه شبکه هم‌تألیفی این محققان با استفاده از شاخص‌های تحلیل شبکه‌های اجتماعی پرداخته شده است. نوچه ناسار، شمس مورکانی و قانعی‌راد (۱۳۹۷) شبکه هم‌تألیفی اعضای هیئت علمی رشته علوم تربیتی دانشگاه‌های دولتی تهران شناسایی کردند. در این مقاله نویسندگان نشان دادند که در مقاله‌های مورد بررسی الگوی سه‌نویسندگی مهم‌ترین الگوی همکاری بوده است. همچنین آنها نتیجه گرفتند که این شبکه هم‌تألیفی از انسجام کافی برخوردار نیست. بشیری و گلیوری (۱۳۹۷) در یک پژوهش کاربردی علم‌سنجی و با استفاده از روش‌های کتابخانه‌ای وضعیت هم‌تألیفی مقاله‌های منتشرشده در نشریات علمی سازمان تحقیقات، آموزش و ترویج کشاورزی طی سال‌های ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۳ را بررسی کردند. حسن‌زاده، اسفندیاری مقدم، سهیلی و موسوی چلک (۱۳۹۷) شبکه هم‌نویسندگی در پژوهش حوزه نارسایی مزمن قلب و عروق را بر اساس شاخص‌های مرکزیت تحلیل شبکه اجتماعی، تحلیل و ترسیم نموده‌اند. در این پژوهش، پرکارترین پژوهشگر، پراستنادترین پژوهشگر و بیشترین زوج هم‌نویسندگی نیز تعیین شده‌اند.

پیشینه پژوهش در خارج

در ادامه به چند پژوهش علمی خارجی انجام‌شده در راستای شبکه‌های هم‌تألیفی اشاره خواهیم کرد. بررسی همکاری‌های علمی و پژوهشی میان محققین را اولین‌بار پرایس[1] در کتاب معروف خود با عنوان "علم بزرگ، علم کوچک" انجام داد. از اولین کسانی که همکاری علمی در رشته‌های مختلف را مورد بررسی قرار دادند بیور و روزن[2] بوده‌اند (بیور و روزن (۱۹۷۸، ۱۹۷۹a، ۱۹۷۹b). بعد از آن زمان پژوهش‌های متعددی در مورد همکاری و هم‌تألیفی انجام شده که تعدادی از این پژوهش‌ها در کشور ایران انجام شده است. (آجی فیروکی، بارل و تاگو[3] ۱۹۸۸) در پژوهشی، چند شاخص هم‌تألیفی را برای اولین‌بار معرفی کردند و هرکدام از آنها را از سال ۱۹۶۱ تا ۱۹۸۶ برای رشته کتابداری و اطلاع‌رسانی محاسبه نمودند. (گارگ و پادهی[4] ۲۰۰۱) نیز پژوهشی را برای هدف تعیین ضریب همکاری میان پژوهشگران رشته علوم و تکنولوژی لیزر در مجله JCLA با استفاده از شاخص CC انجام دادند. نقطه شروع

1 . Price
2 . Beaver & Rosen
3 . Ajiferuke, Burell, & Tague
4 . Garg & Padhi

تحلیل الگوهای هم‌نویسندگی در علم اطلاعات و در کتاب‌سنجی است (اگه و روسو[1]، ۱۹۹۰). نویسندگان متعددی شبکه‌های هم‌نویسندگی را در دهه‌های گذشته مورد ملاحظه قرار داده‌اند. نیومن شبکه‌های هم‌تألیفی در نواحی متعددی از پژوهش‌های علمی در مجموعه‌ای از مقالات، زیست‌پزشکی، فیزیک و حوزه‌های فرعی آن، ریاضیات و علوم رایانه مورد مطالعه قرار داده است (نیومن، ۲۰۰۱ و ۲۰۰۴). عصاره و ویلسون[2] در سال ۲۰۰۲ با استفاده از داده‌های نمایه استنادی علوم به بررسی تولیدات علمی ایران پرداخته‌اند و در بخشی از پژوهش خودشان میزان همکاری‌های بین‌المللی را بررسی کرده‌اند (عصاره و ویلسون ۲۰۰۲). آنها همچنین در مقاله‌ای دیگر با عنوان "علوم و پژوهش در ایران: یک مطالعه علم‌سنجی" تجزیه و تحلیل انتشارات علوم و فناوری ایران در چهار دوره ۷ ساله در سال‌های ۱۹۸۱-۱۹۷۵، ۱۹۸۸-۱۹۸۲، ۱۹۹۵-۱۹۸۹ و ۲۰۰۲-۱۹۹۶ در پایگاه نمایه استنادی را انجام داده‌اند (ویلسون و عصاره ۲۰۰۲). باربا‌سی و دیگران (۲۰۰۲) شبکه‌های هم‌تألیفی در علوم ریاضیات و علوم عصب‌شناسی و مودی (۲۰۰۴) شبکه‌های هم‌نویسندگی علوم اجتماعی را مورد مطالعه قرار داده‌اند. نیومن (۲۰۰۴) به بررسی ساختار شبکه‌های همکاری علمی بر اساس الگوهای هم‌نویسندگی سه حوزه زیست‌شناسی، فیزیک و ریاضیات پرداخت. نتایج وی نشان داد که نسبت تعداد مقالات به نویسنده در سه حوزه موضوعی یکسان است. ولی نسبت تعداد نویسندگان به مقالات برعکس، و به‌طور اساسی بین سه حوزه متفاوت می‌باشد. زیست‌شناسی بیشترین تعداد نویسنده و ریاضیات کمترین تعداد نویسنده را داراست و این احتمالاً منعکس‌کننده تفاوت واقعی روش انجام پژوهش در این سه حوزه می‌باشد. مارشاکوا-شایکویچ در پژوهشی با استفاده از پایگاه نمایه استنادی علوم اجتماعی (اس. اس. سی. آی) در سال ۲۰۰۲ به تحلیل کتاب‌سنجی همکاری علمی ۱۰ کشور نامزد عضویت در اتحادیه اروپایی پرداخت (مارشکوا شایکویچ[3] ۲۰۰۶). (آسدو[4] و همکاران ۲۰۰۶) نیز در پژوهشی شبکه‌های هم‌تألیفی را در مقالات رشته مدیریت در SSCI از پایگاه آی. اس. آی طی سال‌های ۱۹۸۰ تا ۲۰۰۲ بررسی کردند و هم‌تألیفی این رشته را با رشته‌های دیگر که توسط محققان دیگر انجام گرفته بود مقایسه نمودند. اسکالیوچ[5] و همکاران (۲۰۰۹) به بررسی و مطالعه وضعیت هم‌تألیفی نویسندگان اسپانیایی در زمینه علم تاریخ و فلسفه در دو پایگاه SCI و SSCI تحت پایگاه آی. اس. آی. در سال‌های ۱۹۷۲ تا ۲۰۰۶ پرداختند. البته اولین مطالعه ثبت‌شده درباره شبکه‌های هم‌تألیفی را می‌توان به جوامع ریاضی نسبت داد؛ زیرا در سال ۱۹۶۹ مفهوم عدد اردوش، یعنی فاصله همکاری را به ریاضی‌دان مشهور پائول اردوش[6] نسبت داده‌اند (فت، یوجیم و راتناولو[7]، ۲۰۱۰). بیسکارو و گیوپونی[8] (۲۰۱۴) نیز به بررسی شبکه‌های شبکه‌های هم‌تألیفی و تأثیر این شبکه‌ها بر تعداد استنادات دریافتی پرداختند. نتایج حاصل از پژوهش نشان داد که بین مرکزیت رتبه و مرکزیت نزدیکی و تعداد استنادات دریافتی رابطه مثبت وجود دارد. از طرف دیگر، بین مرکزیت بینابینی و تعداد استنادات دریافتی رابطه منفی وجود دارد. لیجون سان (۲۰۱۷) در پژوهشی در مورد شبکه هم‌تألیفی در صنعت حمل و نقل، ساختار شبکه همکاری‌های علمی را از طریق طراحی یک شبکه هم‌تألیفی در مقالات منتشرشده در ۲۲ مجله علمی پژوهشی حوزه حمل و نقل از سال ۱۹۹۰ تا ۲۰۱۵ مورد مطالعه قرار می‌دهد. نتایج پژوهش نشانگر

1 . Egghe & Rosseau
2 . Osareh & Wilson
3 . Marshakova-Shaikovich
4 . Jose Acedo
5 . Osca Lluch
6 . Paul Erdos
7 . Fatt, Ujum & Ratnavelu
8 . Biscaro & Giupponi

آن است که یک گرایش رو به رشد در زمینه هم‌تألیفی در این حوزه در سال‌های پایانی مطالعه نسبت به سال‌های شروع مطالعه وجود داشته است. بااین‌حال، مجلات مختلف این حوزه علمی، الگوهای متفاوتی در زمینه هم‌تألیفی داشته‌اند. محقق در این پژوهش ویژگی‌های ساختاری شبکه هم‌تألیفی را شناسایی کرده و مقیاس مرکزیت را برای کمّی‌کردن عملکرد و تأثیر هم‌تألیفی پژوهشگران بر بهره‌وری آنان به کار می‌گیرد. نتایج حاکی از رابطه معنی‌دار بین مرکزیت و بهره‌وری پژوهشگران است (لیجون سان[1]، ۲۰۱۷). بسانسنوت[2] و همکاران (۲۰۱۷) نیز رابطه بین اندازه و کیفیت شبکه‌های علمی هم‌تألیفی و خصوصیات فردی (به‌ویژه بهره‌وری علمی پژوهشگران) را در زمینه تغییرات سازمانی در دانشگاه‌های فرانسه در طول دهه ۱۹۸۰ میلادی مطالعه کردند. یافته‌های آنها حکایت از آن دارد که اندازه و کیفیت شبکه‌های هم‌تألیفی رابطه مثبت و معنی‌داری با بهره‌وری علمی و برون‌دادهای علمی پژوهشگران دارد.

جمع‌بندی از مرور پیشینه

در سال‌های گذشته مطالعات متعددی به بررسی یافته‌های علمی پژوهشگران پرداخته‌اند. هرکدام از این پژوهش‌ها از جنبه‌های متفاوتی این برون‌دادها را مورد بررسی قرار داده‌اند. برخی به روند رشد، برخی به بررسی همکاری‌های علمی و برخی به بررسی شبکه‌های هم‌استنادی، شبکه هم‌نویسندگی، ترسیم ساختارهای علمی و غیره پرداخته‌اند. در این راستا از روش‌ها و شاخص‌های مختلف برای ارزیابی استفاده شده است (عصاره و همکاران، ۱۳۹۱). در اغلب این پژوهش‌ها از روش‌ها و شاخص‌های علم‌سنجی استفاده شده است و هیچ‌گاه از پارامترهای دقیق ریاضی (شاخه نظریه گراف‌ها) استفاده نشده است. همچنین مرور بر پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که در ایران پژوهشی جامع و دقیق با هدف تحلیل شبکه (گراف) هم‌تألیفی و بررسی همکاری علمی در حوزه ریاضیات انجام نشده است و در میان آثار خارجی نیز در این موضوع پژوهشی وجود ندارد. بنابراین پژوهش انجام‌شده در این مقاله جدید می‌باشد. علاوه‌براین، روش پژوهش و تحلیل همکاری علمی پژوهشگران در این مقاله متکی به روش‌های دقیق ریاضی است و در آن از روش‌های علم‌سنجی موجود در مقالات قبلی استفاده نشده است.

روش‌شناسی پژوهش

در این مقاله به‌عنوان یکی از پژوهش‌های کاربردی علم‌سنجی، گرایش‌های تخصصی رشته ریاضیات را در نظر می‌گیریم و به محققین هرکدام از این گرایش‌ها، در سطح دانشگاه‌های کشور گرافی به نام گراف هم‌تألیفی نسبت می‌دهیم. در این گراف متناظر با هر محقق یک راس (گره) را در نظر می‌گیریم؛ سپس چنانچه همکاری پژوهشی در بین دو محقق وجود داشته باشد، آنها را توسط یک پاره‌خط (یال) به همدیگر وصل می‌کنیم. منظور از همکاری پژوهشی دو محقق، داشتن حداقل یک مقاله تخصصی مشترک چاپ‌شده در مجلات معتبر نمایه‌دار بین‌المللی یا یک کتاب می‌باشد. برای بررسی اینکه آیا دو محقق دارای همکاری پژوهشی بوده‌اند، از شبکه‌های اجتماعی-علمی و پایگاه‌های استنادی معتبر مانند وب آو ساینس، گوگل اسکالر[3]، اسکوپوس[4] و غیره استفاده شد. لازم به ذکر است که ممکن است محققانی در کشور با تخصص در گرایش‌های مورد بحث این مقاله باشند که در این مقاله از آنها استفاده نشده باشد. این کار به‌هیچ‌وجه عمدی و یا از سهل‌انگاری نویسندگان این مقاله نبوده است؛ بلکه یا تعداد تولیدات

1 . Lijun Sun
2 . Besancenot
3 . Google Schoolar
4 . Scopus

علمی آنها در پایگاه‌های استنادی خیلی محدود بوده است یا ممکن است آنها حال حاضر در دانشگاه‌ها و مؤسسات پژوهشی خارج از کشور مشغول پژوهش باشند. همچنین در رسم گراف‌های مورد بحث این مقاله از نرم‌افزار تایپ ریاضی به نام لاتکس استفاده شده است. درمجموع در این پژوهش، داده‌های مربوط به مستندات علمی-پژوهشی ۲۷۶ نفر از محققین ایرانی در رشته ریاضی از پایگاه‌های علمی وب آو ساینس و گوگل اسکالر استخراج شده و گراف‌های مربوط به گرایش‌های تخصصی جداگانه رسم و با همدیگر مقایسه می‌شوند. سهم گرایش نظریه گروه‌ها ۳۱ محقق، گرایش گراف و ترکیبات ۵۳ محقق، گرایش آنالیز عددی ۵۱ محقق، جبر جابه‌جایی ۴۰ محقق، تحقیق در عملیات ۵۰ محقق و آنالیز تابعی ۵۱ محقق می‌باشد. عدم برابری تعداد محققین گرایش‌ها با توجه به ظرفیت‌ها و علایق محققین ایرانی طبیعی می‌باشد. روش جستجو در این پژوهش بدین صورت بود که در هر گرایش تخصصی، ابتدا یک محقق مشهور و پرکار در سطح کشور را انتخاب کرده و با جستجو در مقالات چاپ‌شده توسط ایشان، همکاران پژوهشی آن محقق مشخص شد و از بین هم‌نویسنده‌های این محقق افرادی را به گراف هم‌تألیفی آن گرایش اضافه گردید که حداقل دارای ۵ مقاله معتبر بین‌المللی در پایگاه‌های گوگل اسکالر، اسکوپوس یا وب آو ساینس بودند. در ادامه برای محققان اضافه‌شده به گراف این روند ادامه پیدا کرد تا جایی که اغلب محققین این گرایش در سطح دانشگاه‌های کشور به رئوس (گره‌های) گراف هم‌تألیفی اضافه شدند. در ادامه با استفاده از قضیه‌ها و روش‌های دقیق ریاضی در نظریه گراف پارامترهای گراف‌ها محاسبه شده و با هم مقایسه گردید. رنگ‌آمیزی‌های رأسی و یالی گراف‌ها نیز مشخص شد. درضمن، شکل گراف‌ها با استفاده از نرم‌افزار تخصصی ریاضی به نام لاتکس رسم شده است. لازم به ذکر است که پایگاه‌های داده‌ای استفاده‌شده در این پژوهش استفاده شده است. در این پایگاه‌ها و به‌ویژه در گوگل اسکالر داده‌های مربوط به محققین هر رشته تخصصی یا محققان هر مؤسسه قابل تفکیک و جستجو هستند.

معرفی پارامترهای گرافی اعداد رنگی، استقلال و تطابقی و تفسیر آنها در گراف هم‌تألیفی

منظور از رنگ‌آمیزی رأسی سره یک گراف، نسبت‌دادن اعداد (رنگ‌ها) به رئوس آن گراف است به‌طوری که هیچ دو رأس متصل هم‌عدد (همرنگ) نباشند. همچنین کمترین تعداد عدد (رنگ) لازم برای رنگ‌آمیزی رأسی گراف را عدد رنگی رأسی نامیده و با نماد χ نشان می‌دهند. چنانچه در رنگ‌آمیزی رأسی یک گراف از کمترین تعداد رنگ استفاده شود، آن رنگ‌آمیزی را رنگ‌آمیزی رأسی بهینه می‌نامند. به ازای هر عدد (رنگ) در گراف رنگ‌آمیزی‌شده، مجموعه رئوسی که این عدد (رنگ) به آنها نسبت داده شده است را یک کلاس رنگی (رأس‌های همرنگ) گویند. واضح است که اعضای یک کلاس رنگی رأسی هیچ کار پژوهشی مشترکی با همدیگر نداشته‌اند. بزرگی کلاس‌های رنگی در گراف هم‌تألیفی نشان‌دهنده این است که تعداد محققینی که با همدیگر هیچ کار مشترکی نداشته‌اند بیشتر است. در نقطه مقابل عدد خوشه‌ای، عدد استقلال وجود دارد. درواقع، عدد استقلال یک گراف که با نماد α نشان داده می‌شود عبارت است از بیشترین تعداد رئوس که دوبه‌دو با هم پیوند مشترکی ندارند. یک روش برای محاسبه عدد استقلال در گراف، یافتن تعداد اعضای کلاس‌های رنگی گراف و انتخاب بیشترین عدد از بین آنها می‌باشد. در یک گراف دو یال دارای رأس مشترک را متقاطع گویند؛ دو یال که رأس مشترک ندارند را موازی می‌نامند. منظور از رنگ‌آمیزی یالی یک گراف، نسبت‌دادن اعداد (رنگ‌ها) به یال‌های آن گراف است به‌طوری که هیچ دو یال متقاطع هم‌عدد (همرنگ) نباشند. همچنین کمترین تعداد عدد (رنگ) لازم برای رنگ‌آمیزی یالی یک گراف را عدد رنگی یالی آن گراف نامیده و با نماد χ' نشان می‌دهند. چنانچه در رنگ‌آمیزی یالی یک گراف از کمترین تعداد رنگ استفاده شود، آن رنگ‌آمیزی را رنگ‌آمیزی یالی بهینه می‌نامند. به ازای هر عدد (رنگ) در گراف رنگ‌آمیزی‌شده، مجموعه یال‌هایی

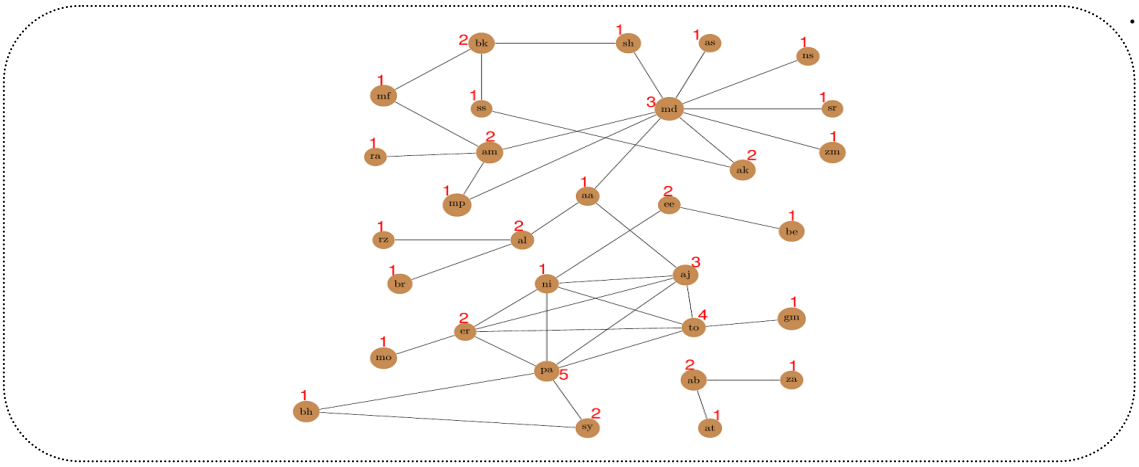
که این عدد به آنها نسبت داده شده است را کلاس رنگی یالی (تعداد یال‌های همرنگ) گویند. بزرگی کلاس رنگی یالی در گراف هم‌تألیفی به معنی وجود تعداد زیاد گروه‌های تحقیقاتی موازی یا به‌عبارت‌دیگر وجود تعداد زیاد زمینه‌های کاری در رشته تخصصی مربوطه است. عدد تطابقی یک گراف که با نماد β نشان داده می‌شود عبارت است از بیشترین تعداد یال دوبه‌دو موازی در آن گراف. واضح است که در گراف هم‌تألیفی، هر اندازه β بزرگ‌تر باشد، تعداد گروه‌های تحقیقاتی متمایز و موازی بیشتر است. لذا بزرگ‌بودن β در گراف هم‌تألیفی یک رشته تخصصی به معنای تنوع زمینه کاری بیشتر در آن رشته است. یک روش برای محاسبه عدد تطابقی در گراف، یافتن تعداد اعضای کلاس‌های رنگی یالی گراف و انتخاب بیشترین عدد از بین آنها می‌باشد.

رنگ‌آمیزی رأسی و یالی

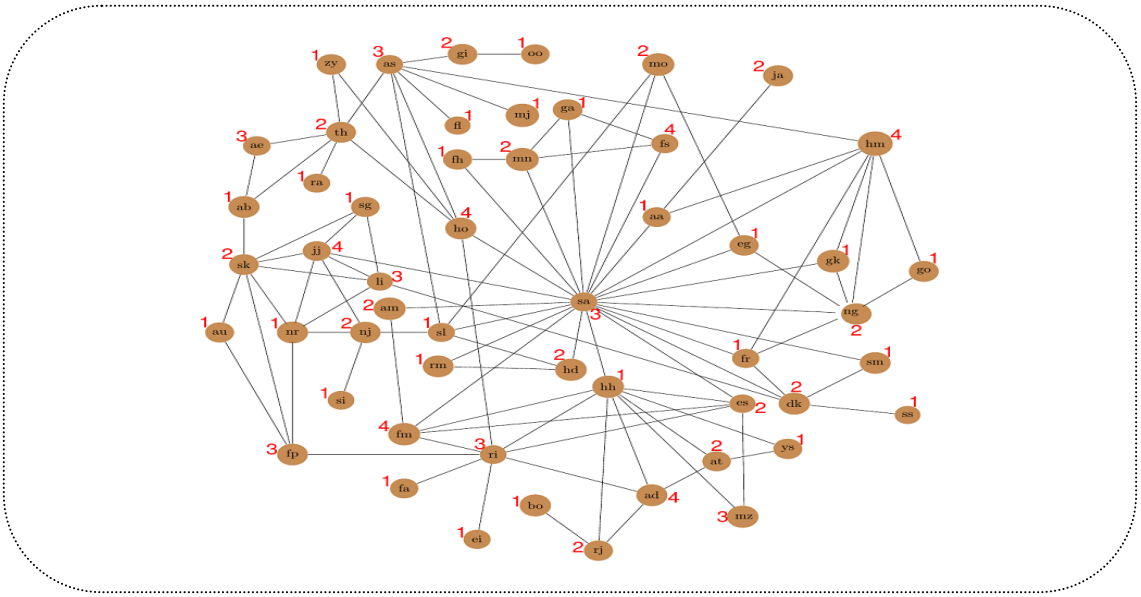
برای رنگ‌آمیزی رأسی (یالی) گراف‌ها از الگوریتم مشهور گریدی از نظریه گراف استفاده خواهیم کرد که به شرح زیر می‌باشد: رئوس (یال‌های) گراف را به‌صورت دلخواه مرتب می‌کنیم. ابتدا عدد ۱ را به رأس (یال) اول نسبت می‌دهیم که این همان شروع الگوریتم است. سپس در هر مرحله برای رنگ‌آمیزی یک رأس (یال) کوچک‌ترین عددی را به آن رأس (یال) نسبت می‌دهیم که آن عدد برای رأس (یال)های متصل به آن رأس (یال) استفاده نشده باشد. این الگوریتم زمانی پایان می‌پذیرد که به تمام رئوس (یال‌ها) اعداد نسبت داده شده باشند. توجه داشته باشید که در الگوریتم گریدی سعی بر استفادهٔ تعداد اعداد کمتر است و به همین دلیل است که این الگوریتم را "الگوریتم حریصانه" نیز می‌نامند. همچنین تعداد اعداد استفاده‌شده در این الگوریتم همان عدد رنگی رأسی (یالی) است. در مورد عدد استقلال نیز، همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، کافی است مرتبه بزرگ‌ترین کلاس رنگی رأسی را بیابیم. در نظریه گراف ثابت شده است $\chi \leq \omega$؛ یعنی ممکن است اعداد خوشه‌ای و رنگی رأسی برابر نباشند. اما در گراف‌های هم‌تألیفی مورد بحث در این مقاله، خواهیم دید که این دو عدد برابرند. لذا اگر در رنگ‌آمیزی رأسی سره به روش الگوریتم گریدی به تعداد عدد خوشه‌ای رنگ استفاده شود، آن رنگ‌آمیزی بهینه است.

یافته‌های پژوهش

در این بخش، بعد از رسم گراف‌های هم‌تألیفی متناظر با شاخه‌های تخصصی رشته ریاضی در دانشگاه‌های کشور که رنگ‌آمیزی رأسی و یالی آنها نیز قابل مشاهده می‌باشد به محاسبه و تفسیر پارامترهای گرافی معرفی‌شده در بخش‌های قبل برای این گراف‌ها و همچنین پاسخ به سؤال‌های پژوهش می‌پردازیم.

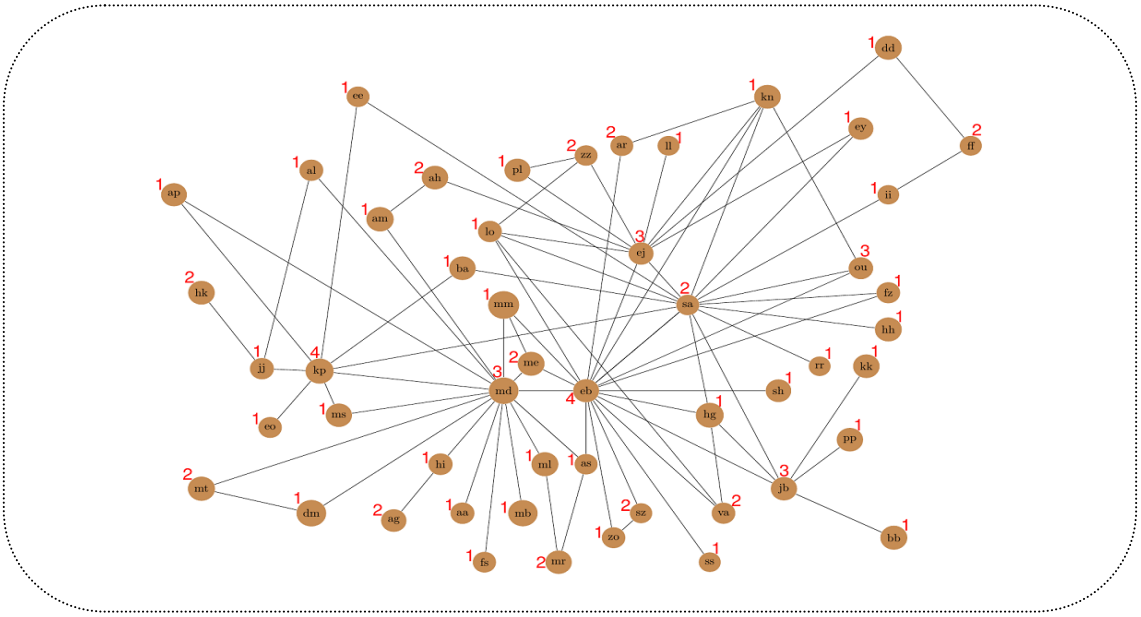


شکل ۱. رنگ‌آمیزی رأسی گراف هم‌تألیفی گرایش نظریه گروه‌ها



شکل ۲. رنگ‌آمیزی رأسی گراف هم‌تألیفی گرایش گراف و ترکیبات

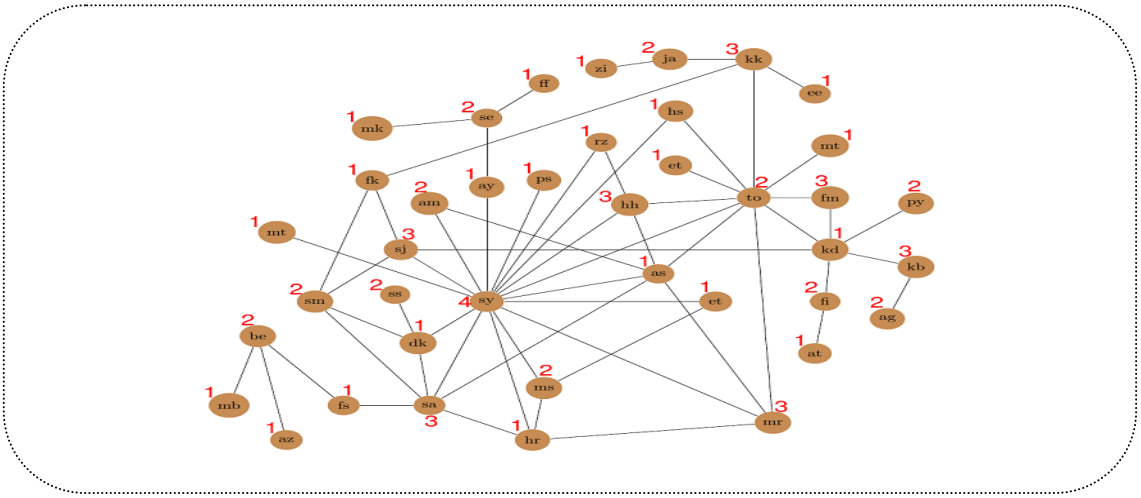
همان‌طور که از گراف هم‌تألیفی گرایش‌های تخصصی نظریه گروه‌ها و گراف و ترکیبات مشخص است عدد رنگی رأسی این دو گراف به‌ترتیب ۵ و ۴ می‌باشد. قطر این گراف‌ها نیز ۶ و ۷ است.



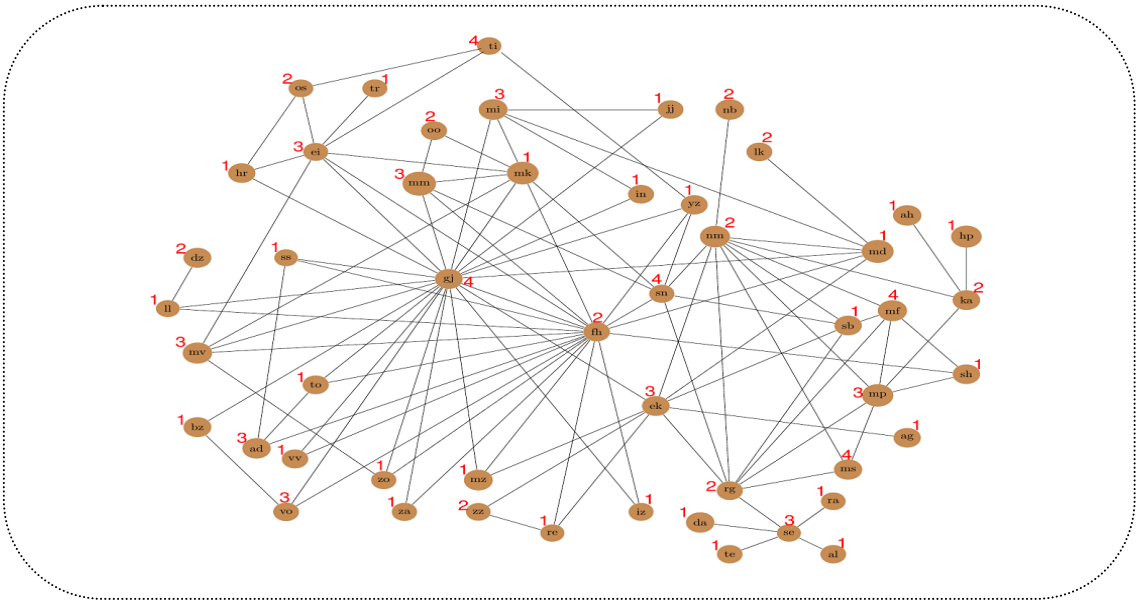
شکل ۳. رنگ‌آمیزی رأسی گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز عددی

در گراف هم‌تألیفی شکل ۴، مشاهده می‌شود که میزان همکاری پژوهشی در گرایش جبر جابه‌جایی از نظریه گروه‌ها بیشتر ولی از گرایش گراف و ترکیبات کمتر است. این مطلب را با مقایسه میانگین درجات رئوس گراف‌ها نیز می‌توان فهمید. البته با توجه به شرایط این گرایش‌ها که هر سه از زیرشاخه‌های رشته جبر هستند، همین انتظار را داشتیم. در گرایش جبر جابجایی عدد استقلال ۲۱ می‌باشد که از گرایش گراف و ترکیبات کمتر است. در این گراف عدد رنگی رأسی ۴ است؛ زیرا در رنگ‌آمیزی رأسی سره از ۴ رنگ متمایز استفاده شده است و این گراف دارای

خوشه ۴ تایی می‌باشد. با توجه به خوشه فوق، نتیجه می‌شود که در این گرایش بزرگ‌ترین گروه تحقیقاتی ۴ نفره است. همچنین در گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز عددی رنگی رأسی ۴، قطر ۵ و میانگین درجات ۳.۲۱ می‌باشد. این پارامترها نشان می‌دهند که همکاری پژوهشی در این گرایش از گرایش‌های محض جبری بیشتر است. البته با توجه به ماهیت کاربردی‌بودن این گرایش دور از انتظار نیست.

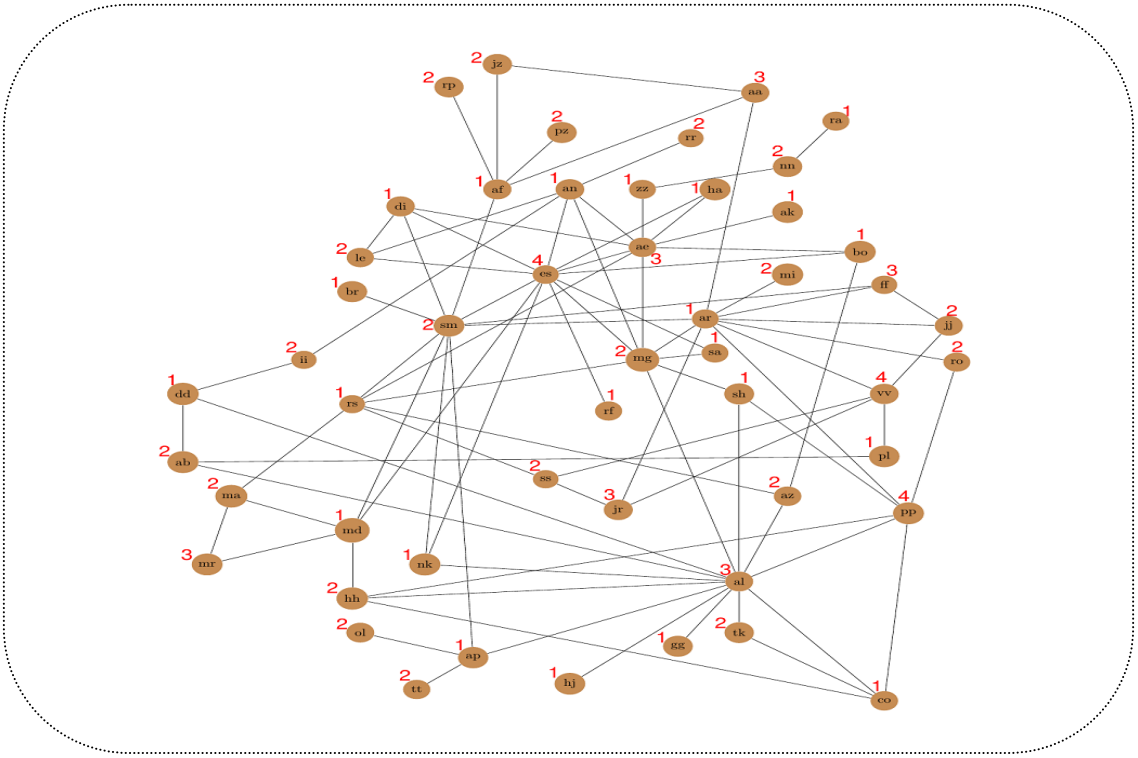


شکل ۴. رنگ‌آمیزی رأسی گراف هم‌تألیفی گرایش جبر جابه‌جایی



شکل ۵. رنگ‌آمیزی رأسی گراف هم‌تألیفی گرایش تحقیق در عملیات

در گراف شکل ۵، گراف هم‌تألیفی گرایش تحقیق در عملیات آورده شده است. با مقایسه پارامترهای گرافی این گراف با گراف‌های قبلی دیده می‌شود که همکاری پژوهشی در این گراف از گرایش‌های قبلی به جز برخی پارامترها در گرایش گراف و ترکیبیات بیشتر است. در جداول و بخش‌های بعدی مقایسه‌ها و تفسیرهای کامل ارائه شده است. در ادامه گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز تابعی و رنگ‌آمیزی رأسی آن نیز آورده شده است.



شکل۶. رنگ‌آمیزی رأسی گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز تابعی

در ادامه و برای سهولت در مقایسه میزان همکاری در گرایش‌های تخصصی مورد بحث اعداد خوشه‌ای، رنگی رأسی و استقلال گراف‌های هم‌تألیفی قبلی به همراه مرتبه‌های کلاس‌های رنگی رأسی در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱. عدد استقلال و عدد رنگی گراف‌ها

گرایش / رأس	۱	۲	۳	٤	٥	عدد استقلال	عدد رنگی رأسی
نظریه گروه‌ها	۱۹	۸	۲	۱	۱	۱۹	۵
گراف و ترکیبیات	۲۶	۱۴	۷	۶	۰	۲۶	۴
آنالیز عددی	۳۳	۱۲	۴	۲	۰	۳۳	۴
جبر جابجایی	۲۱	۱۱	۷	۱	۰	۲۱	۴
تحقیق در عملیات	۲۶	۹	۱۲	۳	۰	۲۶	۴
آنالیز تابعی	۲۲	۲۰	۶	۳	۰	۲۲	۴

پاسخ به سؤال اول پژوهش. تنوع زمینه‌های پژوهشی در کدام گرایش تخصصی رشته ریاضیات در سطح کشور ایران بیشتر است؟

برای پاسخ به این پرسش، لازم است به تحلیل عدد استقلال و عدد رنگی گراف‌های هم‌تألیفی بپردازیم. جدول ۱ نشان می‌دهد که عدد رنگی رأسی گراف هم‌تألیفی تمام گرایش‌های رشته ریاضی در کشور به غیر از گرایش نظریه گروه‌ها (که ۵ است) برابر ۴ است. بنابراین تعداد کلاس‌های رنگی رأسی در تمام گرایش‌ها تقریباً یکسان است و این بیانگر این واقعیت است که گسستگی پژوهشی تقریباً در تمام گرایش‌های مورد بحث این مقاله یکسان است.

علاوه‌براین، همان‌طور که در ستون مربوط به عدد استقلال جدول فوق قابل مشاهده است، تفاوت زیادی بین اعداد استقلال گراف‌های هم‌تألیفی گرایش‌های ریاضی در سطح کشور وجود دارد. بزرگ‌ترین عدد استقلال (۳۳) مربوط به گرایش آنالیز عددی و کمترین عدد استقلال (۱۹) مربوط به گرایش نظریه گروه‌هاست. این مطلب بیانگر این واقعیت است که تنوع زمینه‌های پژوهشی در ایران، در گرایش آنالیز عددی از سایر گرایش‌های این رشته در کشور بیشتر است. همچنین بعد از گرایش آنالیز عددی، گرایش‌های تحقیق در عملیات و گراف و ترکیبیات بیشترین تنوع زمینه‌های پژوهشی در رشته ریاضی و در سطح دانشگاه‌های کشور را دارا هستند. گرایش‌های جبر جابجایی، نظریه گروه‌ها و آنالیز تابعی در تنوع زمینه‌های پژوهشی در سطح کشور از شاخص پایینی برخوردارند.

در ادامه، درجات رئوس گراف‌های هم‌تألیفی بخش قبلی را با هم مقایسه کرده و قطر و شعاع گراف‌ها را محاسبه می‌کنیم. در جدول زیر بیشترین درجه، کمترین درجه، میانگین درجات، قطر و شعاع گراف‌ها قابل مشاهده هستند.

جدول ۲. درجات رئوس و قطر و شعاع گراف‌های هم‌تألیفی

پارامتر / گرایش	ماکزیمم درجه	مینیمم درجه	قطر	شعاع	رأس مرکزی	مرتبه	اندازه	میانگین درجات	کمر	عدد خوشه‌ای
نظریه گروه‌ها	۹	۱	۶	۳	Aa	۳۱	۳۹	۲.۵۲	۳	۵
گراف و ترکیبات	۲۲	۱	۷	۴	Sa	۵۳	۱۰۰	۳.۷۰	۳	۴
آنالیز عددی	۱۶	۱	۵	۳	Sa	۵۱	۸۲	۳.۲۱	۳	۴
جبر جابجایی	۱۶	۱	۸	۴	Sy	۴۰	۵۹	۲.۹۵	۳	۴
تحقیق در عملیات	۲۲	۱	۶	۵	Fh	۵۰	۱۰۵	۴.۲۰	۳	۴
آنالیز تابعی	۱۳	۱	۶	۴	Mg	۵۱	۹۱	۳.۵۷	۳	۴

پاسخ به سؤال دوم پژوهش. پژوهشگران با بیشترین همکاری پژوهشی در کدام گرایش تخصصی فعالیت می‌کنند؟ تعداد مقالات گروهی و نیز بزرگ‌ترین گروه تحقیقاتی مربوط به کدام گرایش یا گرایش‌های تخصصی است؟

همان‌طور که از داده‌های جدول ۲ نیز قابل مشاهده است، در گراف‌های هم‌تألیفی تمامی گرایش‌های تخصصی مورد بحث این مقاله، تمامی مقادیر مینیمم درجه برابر ۱ و تمامی مقادیر کمر برابر ۳ هستند؛ لذا دو پارامتر مذکور پارامترهای مناسبی برای مقایسه گراف‌ها نیستند. ستون مربوط به عدد خوشه‌ای نیز نشان می‌دهد که عدد خوشه‌ای در گراف هم‌تألیفی گرایش نظریه گروه‌ها ۵ و در گراف هم‌تألیفی سایر گرایش‌ها ۴ است و این نشان می‌دهد که بزرگ‌ترین گروه تحقیقاتی (با مقاله مشترک چاپ‌شده) در گرایش نظریه گروه‌ها ۵ نفره و در سایر گرایش‌های مورد مطالعه ۴ نفره می‌باشد. لذا از این نظر گرایش نظریه گروه‌ها نسبت به سایر گرایش‌ها اندکی بهتر است.

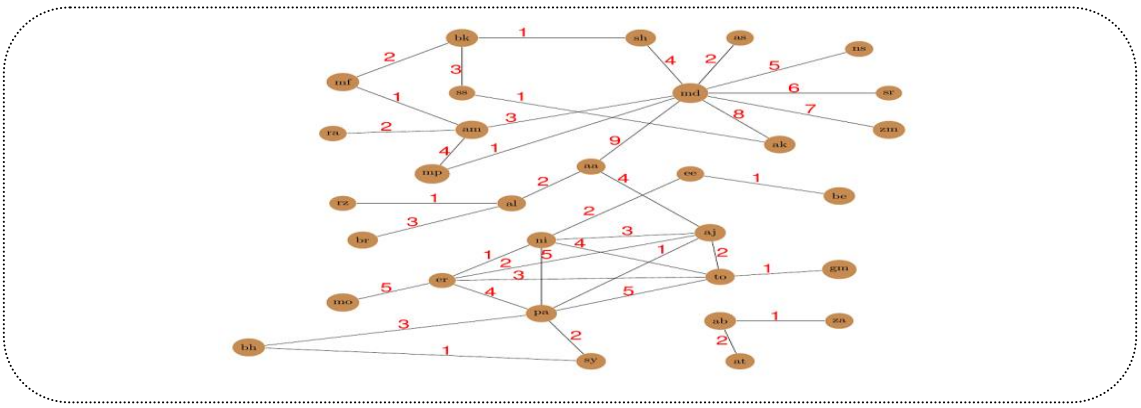
ستون مربوط به ماکزیمم درجه در جدول ۲ نشان می‌دهد که مقدار پارامتر ماکزیمم درجه در گرایش گراف و ترکیبیات و گرایش تحقیق در عملیات ۲۲ بوده و از مقدار این پارامتر در سایر گرایش‌ها بیشتر است و این بدین معنی است که در این گرایش‌ها محققانی وجود دارند که بیشترین همکاری پژوهشی را با سایر محققان گرایش تخصصی خود در سطح کشور داشته‌اند. این در حالی است که پارامتر ماکزیمم درجه در گراف‌های هم‌تألیفی گرایش‌های نظریه‌ها گروه و آنالیز تابّعی کمترین مقادیر را دارا می‌باشد؛ بنابراین در این گرایش‌ها محققین با تمایل زیاد به همکاری پژوهشی وجود ندارند. البته اندازه (تعداد یال‌ها) در جدول ۲ نیز تأیید می‌کند که تعداد همکاری‌های

پژوهشی که منجر به چاپ مقاله شده است، در گرایش تحقیق در عملیات و پس‌ازآن گرایش گراف و ترکیبیات نسبت به سایر گرایش‌ها خیلی بیشتر است. شایان ذکر است که شاخص اندازه (تعداد یال‌ها) شاخص مناسبی برای مقایسه گراف‌های هم‌تألیفی مورد بحث این مقاله نمی‌باشد؛ زیرا مرتبه (تعداد رئوس) در این گراف‌ها با هم برابر نیست. بنابراین شاخص میانگین درجات که دو برابر نسبت اندازه به مرتبه گراف است، شاخص بهتری برای مقایسه این گراف‌هاست. همان‌طور که در ستون مربوط به میانگین درجات در جدول ۲ قابل مشاهده است، این پارامتر در گراف هم‌تألیفی گرایش تحقیق در عملیات با اختلاف زیاد از سایر گرایش‌ها بیشتر است و بعد از این گرایش، به‌ترتیب گرایش‌های گراف و ترکیبیات و آنالیز تابعی در رتبه‌های بعدی قرار دارند. درنتیجه میزان همکاری پژوهشی کل محققین کشور در گرایش‌های تحقیق در عملیات، گراف و ترکیبیات و آنالیز عددی در سطح مطلوبی قرار دارد؛ اما در سایر گرایش‌ها میزان کلی همکاری پژوهشی در سطح پایین‌تری قرار دارد.

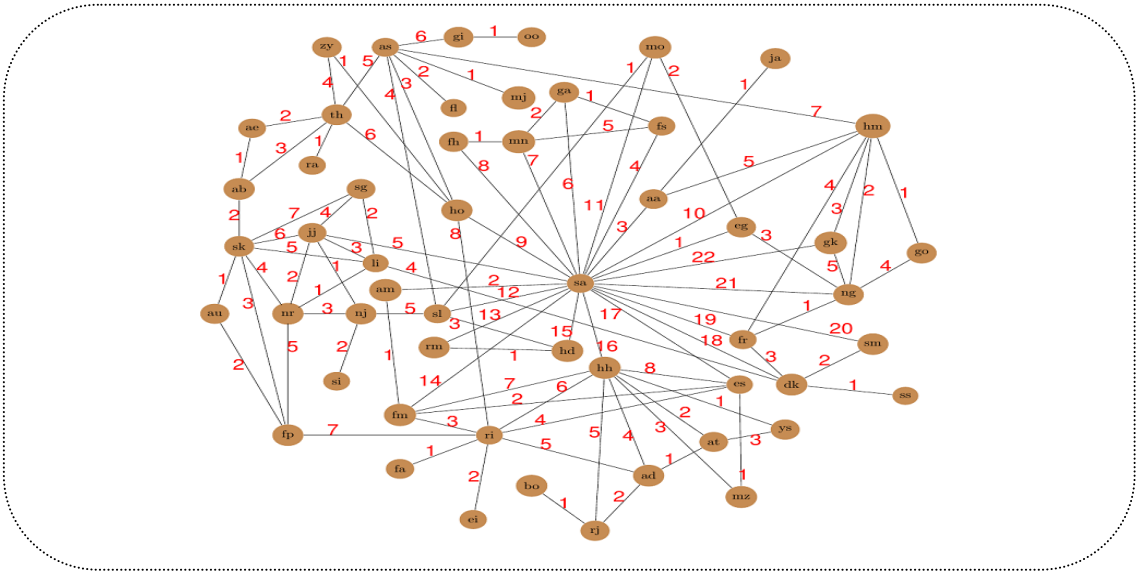
پاسخ به سؤال سوم پژوهش. با توجه به دیگر پارامترهای گرافی مانند قطر و شعاع، میزان انسجام همکاری پژوهشی در کدام گرایش‌های تخصصی رشته ریاضیات در ایران، در سطح مطلوبی قرار دارد؟

ستون مربوط به پارامتر قطر در جدول ۲ نشان می‌دهد که بیشترین قطر گراف در بین گراف‌های هم‌تألیفی مورد مطالعه ۸ بوده و مربوط به گرایش جبر جابجایی است؛ بعد از جبر جابجایی، گرایش گراف و ترکیبیات با قطر ۷ دارای بیشترین مقدار قطر است. بنابراین در این گرایش‌ها محققینی (دو محقق) وجود دارند که فاصله تخصص و زمینه کاری و پژوهشی آنها از هم خیلی دور می‌باشد. این در حالی است که قطر گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز عددی کمترین مقدار را دارد و یا به‌عبارت‌دیگر فاصله زیادی بین تخصص‌های محققین این رشته (البته دوبه‌دو) وجود ندارد. همچنین با مشاهده ستون‌های مربوط به شعاع و رأس مرکزی در جدول فوق نتیجه می‌شود که کمترین مقدار شعاع در گراف‌های هم‌تألیفی مربوط به گرایش‌های آنالیز عددی و نظریه گروه‌ها می‌باشد و این بدین معنی است که در این گرایش‌ها محققینی وجود دارند که دارای همکاری‌های پژوهشی نزدیک‌تری با متخصصین گرایش خود دارند. به‌عنوان مثال در گرایش نظریه گروه‌ها محقق aa و در گرایش گروه آنالیز عددی، محقق sa دارای همکاری پژوهشی خیلی نزدیکی با تمام محققین گرایش خود هستند. این در حالی است که در گرایش تحقیق در عملیات محققی با همکاری پژوهشی خیلی نزدیک با تمامی محققین این گرایش وجود ندارد.

در ادامه این بخش، رنگ‌آمیزی یالی سره برای گراف هم‌تألیفی گرایش‌های تخصصی مورد بحث در رشته ریاضی ارائه می‌شود. سپس اعداد رنگی یالی و تطابقی این گراف‌ها و تفسیرهای مربوطه ارائه می‌شوند.

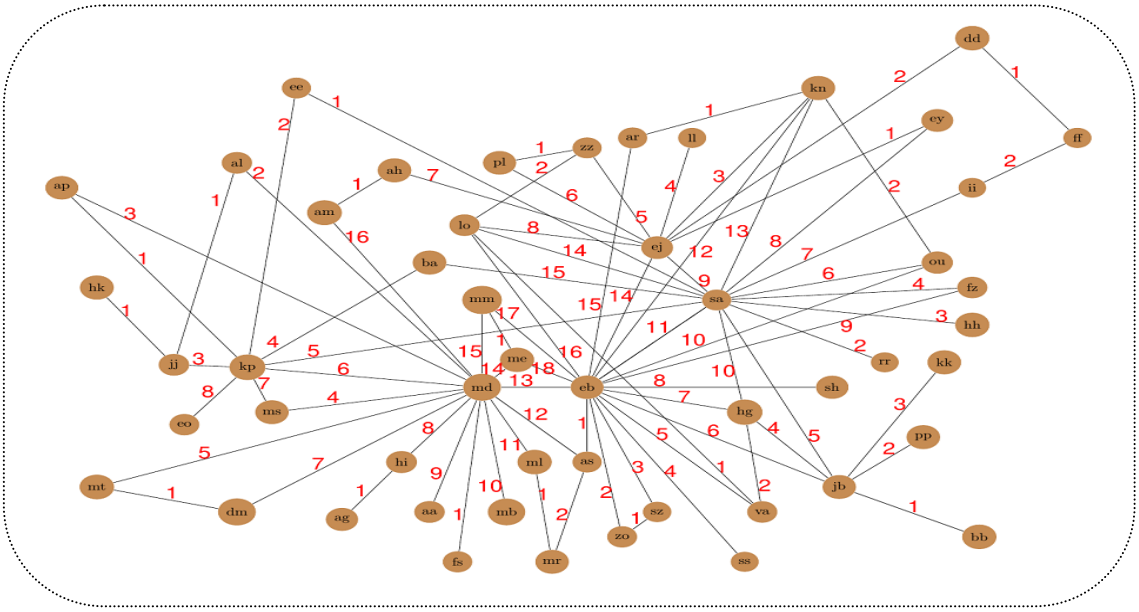


شکل ۷. رنگ‌آمیزی یالی گراف هم‌تألیفی گرایش نظریه گروه‌ها



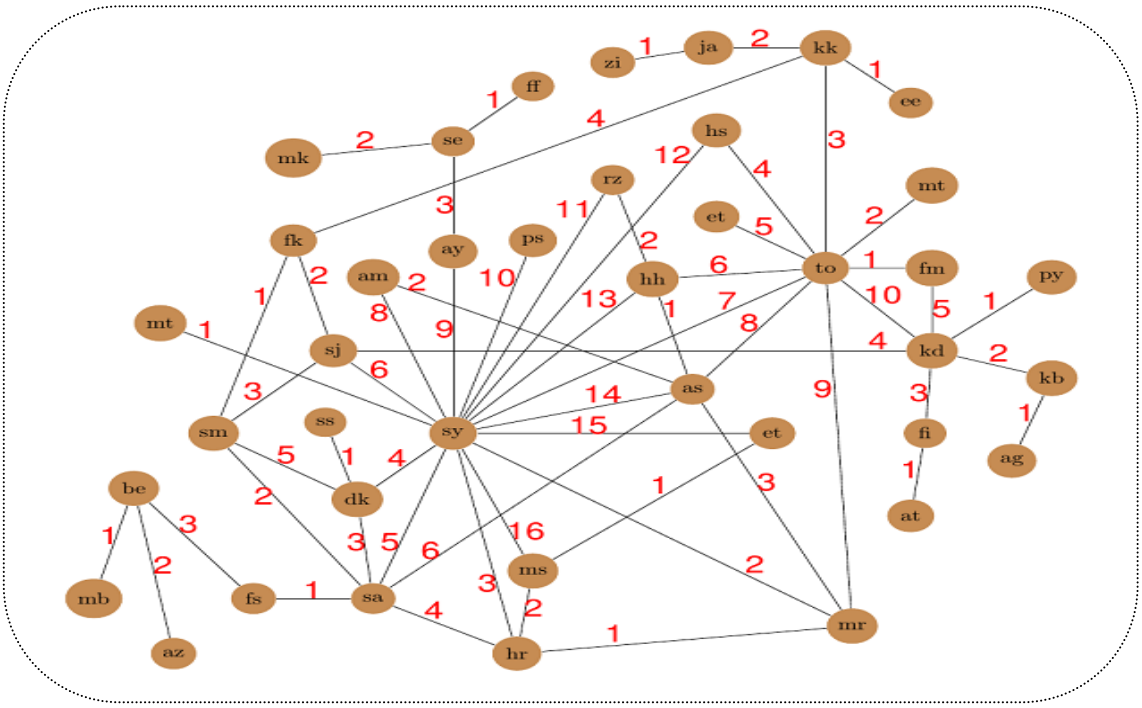
شکل ۸. رنگ‌آمیزی یالی گراف هم‌تألیفی گرایش گراف و ترکیبیات

در شکل‌های ۷ و ۸، به‌ترتیب گراف‌های هم‌تألیفی گرایش‌های نظریه گروه‌ها و گراف و ترکیبیات رسم و رنگ‌آمیزی یالی شده‌اند. عدد رنگی یالی گرایش گراف و ترکیبیات ۲۲ است که نسبت به گرایش نظریه گروه‌ها که ۹ است بیشتر می‌باشد. با توجه به ماهیت متفاوت این دو گرایش این اختلاف قابل پیش‌بینی بود. این تفاوت در اعداد تطابقی نیز قابل مشاهده است. با توجه به کاربردی‌بودن گرایش گراف و ترکیبیات، همکاری پژوهشی از دیدگاه یالی در گرایش گراف و ترکیبیات خیلی بیشتر به نظر می‌رسد که در شکل‌ها نیز قابل مشاهده است. با توجه به جدول ۲، تعداد یال‌ها در گراف مربوط به گرایش گراف و ترکیبیات ۱۰۰ و در گراف مربوط به گرایش نظریه گروه‌ها ۳۹ می‌باشد که این تفاوت نیز میزان همکاری بیشتر در گرایش گراف و ترکیبیات را تأیید می‌کند. تنها ایراد این مقایسه زیادبودن تعداد محققین در گرایش گراف و ترکیبیات نسبت به گرایش نظریه گروه‌هاست. البته با مقایسه میانگین درجات در این دو گراف این نقص در مقایسه قابل توجیه است.

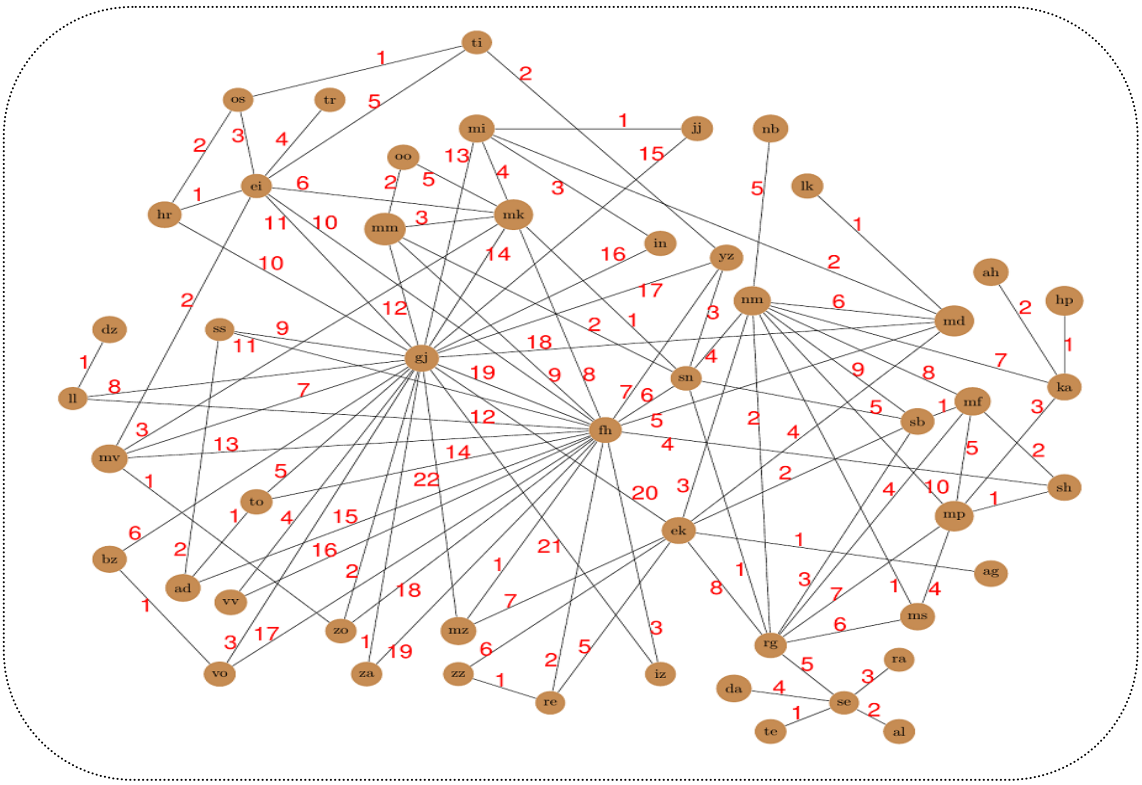


شکل ۹. رنگ‌آمیزی یالی گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز عددی

با مشاهده دو گراف شکل‌های ۹ و ۱۰، دیده می‌شود که در گراف‌های هم‌تألیفی گرایش‌های آنالیز عـددی و جبـر جابجایی اعداد رنگی به‌ترتیب ۱۸ و ۱۶ هستند.

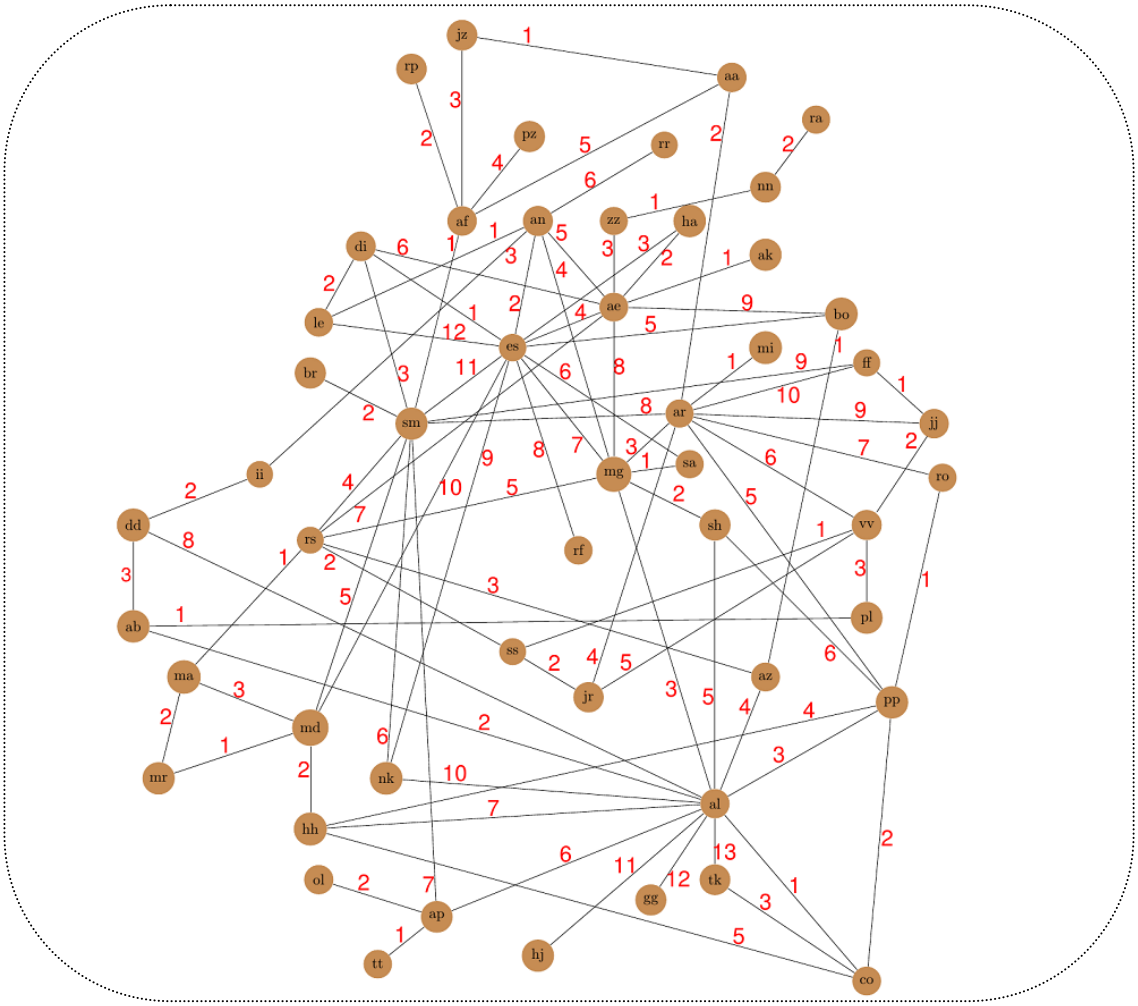


شکل ۱۰. رنگ‌آمیزی یالی گراف هم‌تألیفی گرایش جبر جابجایی



شکل ۱۱. رنگ‌آمیزی یالی گراف هم‌تألیفی گرایش تحقیق در عملیات

همان‌طور که در گراف هم‌تألیفی گرایش تحقیق در عملیات در شکل ۱۱ دیده می‌شود، عدد رنگی یالی ۲۲ می‌باشد. همچنین تعداد یال‌های این گراف ۱۰۵ بوده که از تمام گرایش‌های دیگر اعم از کاربردی یا محض بهتر است. ممکن است تصور شود که این به خاطر وجود تعداد محققین بیشتر در این گرایش است اما با مقایسه میانگین درجات رئوس گراف‌ها خواهیم دید که از این نظر نیز گرایش تحقیق در عملیات از وضعیت بهتری برخوردار است. در شکل، رنگ‌آمیزی یالی گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز تابعی آورده شده است. با مقایسه این گراف با گرایش‌های محض مشابه خواهیم دید که در این گرایش نسبت به گرایش‌های نظریه گروه و گراف و ترکیبیات محققان دارای همکاری پژوهشی بیشتری هستند. در این گرایش، تعداد یال‌ها ۹۱ و میانگین درجات ۳.۵۷ می‌باشد که از گرایش‌های محض بیشتر و از گرایش‌های کاربردی کمتر می‌باشد. البته کمتربودن همکاری پژوهشی در این گرایش نسبت به گرایش‌های کاربردی طبیعی است. همچنین در این گراف با توجه به وجود یک رنگ‌آمیزی یالی سره با ۱۳ رنگ متمایز که همان ماکزیمم درجات رئوس گراف است، بنا به قضیه ویزینگ، عدد رنگی یالی ۱۳ می‌باشد.



شکل ۱۲. رنگ‌آمیزی یالی گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز تابعی

در ادامه و در جدول ۳، تعداد اعضای تمام کلاس‌های رنگی در یک رنگ‌آمیزی یالی بهینه به همراه اعداد تطابقی و رنگی یالی گراف‌های هم‌تألیفی متناظر با هر شش گرایش تخصصی رشته ریاضی در سطح کشور آورده شده است. سپس بر اساس داده‌های این جدول، به سؤال چهارم پژوهش پاسخ می‌دهیم.

جدول ۳. عدد تطابقی و عدد رنگی یالی گراف‌های هم‌تألیفی

گرایش / یال	۱	۲	۳	٤	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
نظریه گروه‌ها	۱۱	۸	۷	۵	۴	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰
گراف و ترکیبیات	۲۳	۱۶	۱۵	۱۰	۱۰	۵	۵	۳	۱	۱	۱	۱
آنالیز عددی	۱۸	۱۱	۶	۶	۵	۴	۵	۵	۳	۳	۲	۲
جبر جابجایی	۱۵	۱۱	۸	۵	۴	۳	۱	۲	۲	۲	۱	۱
تحقیق در عملیات	۱۹	۱۴	۱۱	۹	۹	۶	۶	۴	۳	۳	۲	۲
آنالیز تابعی	۱۷	۱۷	۱۳	۷	۹	۷	۵	۴	۴	۳	۲	۲

گرایش / یال	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	β	χ'
نظریه گروه‌ها	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۱	۹
گراف و ترکیبیات	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲۳	۲۲
آنالیز عددی	۲	۳	۳	۲	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۱۸	۱۸
جبر جابجایی	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۵	۱۶
تحقیق در عملیات	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۱	۱	۱	۱۹	۲۲
آنالیز تابعی	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۷	۱۳

پاسخ به سؤال چهارم پژوهش. تعداد گروه‌های تحقیقاتی موازی و متمایز در کدام گرایش تخصصی در رشته ریاضیات در سطح کشور بیشتر است؟

ستون مربوط به عدد تطابقی در جدول ۳ نشان می‌دهد که گراف هم‌تألیفی گرایش گراف و ترکیبیات دارای بیشترین عدد تطابق است و این بدین معنی است که تعداد مقالاتی که هیچ دوتا از آنها دارای نویسنده مشترک نیستند، در گرایش گراف و ترکیبیات نسبت به سایر گرایش‌ها بیشتر است. به‌عبارت‌دیگر، تعداد گروه‌های تحقیقاتی موازی و متمایز در گرایش گراف و ترکیبیات از سایر گرایش‌های ریاضی در سطح کشور بیشتر است. درواقع ۲۳ مقاله در گرایش گراف و ترکیبیات وجود دارند که هر محققی در حداکثر یکی از مقالات نقش نویسنده را دارد. از این لحاظ گرایش تحقیق در عملیات در رتبه بعدی با ۱۹ مقاله قرار دارد و گرایش نظریه گروه‌ها از این نظر در رتبه آخر قرار دارد.

علاوه‌براین، ستون آخر جدول فوق نشان می‌دهد که عدد رنگی یالی گراف‌های هم‌تألیفی گرایش‌های تحقیق در عملیات و گراف و ترکیبیات برابر ۲۲ است و بیشترین مقدار این عدد در گراف‌های هم‌تألیفی گرایش‌های مورد بحث مربوط به همین دو گرایش است؛ به‌عبارت‌دیگر در هرکدام از این دو گرایش، ۲۲ مقاله وجود دارند که یک نویسنده در انتشار همه آنها نقش داشته است. از این لحاظ نیز گرایش نظریه گروه‌ها در رتبه آخر قرار دارد. در نظریه گراف کلاسیک، در قضیه ویزینگ[1] (قضیه ۷-۱-۱۰ از (وست ۲۰۰۱) را مشاهده کنید) ثابت شده است که عدد رنگی یالی یک گراف برابر ماکزیمم درجه گراف است یا یک واحد از ماکزیمم درجه بیشتر است. لذا چنانچه با استفاده از الگوریتم گریدی به تعداد درجه ماکزیمم گراف در رنگ‌آمیزی یالی از رنگ‌های متمایز استفاده شود، آن رنگ‌آمیزی

1 . Vizing's Theorem

بهینه است. برای مطالعه بیشتر در مورد عدد رنگی یالی و قضیه ویزینگ می‌توان به بخش ۱۷ از (باندی و مورتی ۱۹۷۶) یا به (ویزینگ، ۱۹۶۵) مراجعه کرد. در حالت اول گراف را گراف کلاس ۱ و در حالت دوم گراف را گراف کلاس ۲ می‌نامند. با مقایسه ستون مربوط به ماکزیمم درجه در جدول ۲ و ستون آخر جدول ۳ متوجه خواهیم شد که تمام گراف‌های هم‌تألیفی مورد بحث در این مقاله از کلاس ۱ هستند.

بحث و نتیجه‌گیری

بهترین معیار برای تشخیص میزان همکاری پژوهشی در یک گرایش تخصصی، پارامتر میانگین درجات رئوس گراف هم‌تألیفی در آن گرایش می‌باشد. از این نظر گرایش‌های تخصصی تحقیق در عملیات و گراف و ترکیبیات با داشتن میانگین درجات به‌ترتیب ۴.۲۰ و ۷.۳۰ از همکاری پژوهشی بالاتری نسبت به سایر گرایش‌ها برخوردارند. از یافته‌های این پژوهش چنین نتیجه می‌شود که بزرگ‌ترین گروه تحقیقاتی در نظریه گروه‌ها ۵ نفره و در سایر گرایش‌ها ۴ نفره می‌باشد. دو عدد رنگی یالی و ماکسیمم درجه، هر دو نشانگر بیشترین تعداد همکاران پژوهشی هر محقق هستند. از این نظر دو گرایش تحقیق در عملیات و گراف و ترکیبیات از سایر گرایش‌ها بهتر هستند. درواقع، در هرکدام از این دو گرایش محققی وجود دارد که با ۲۲ نفر مقاله مشترک چاپ نموده است. نتایج پژوهش نشان دادند که بیشترین قطر گراف در بین گراف‌های هم‌تألیفی مورد مطالعه ۸ بوده و مربوط به گرایش جبر جابجایی است؛ بعد از جبر جابجایی، گرایش گراف و ترکیبیات با قطر ۷ دارای بیشترین مقدار قطر است. بنابراین در این گرایش‌ها محققینی (دو محقق) وجود دارند که فاصله تخصص و زمینه کاری و پژوهشی آنها از هم خیلی دور می‌باشد. این در حالی است که قطر گراف هم‌تألیفی گرایش آنالیز عددی کمترین مقدار را دارد و یا به‌عبارت‌دیگر فاصله زیادی بین تخصص‌های محققان این رشته (البته دوبه‌دو) وجود ندارد. هرچه قطر افزایش پیدا کند تراکم گراف هم‌تألیفی کمتر می‌شود. بنابراین تراکم گراف هم‌تألیفی در گرایش آنالیز عددی از سایر گرایش‌های مطالعه‌شده در این پژوهش بیشتر است. درواقع قطر این گراف ۶ می‌باشد. در مقایسه با پژوهش‌های انجام‌شده در رشته‌های دیگر و به‌ویژه رشته‌های علوم انسانی نیز خواهیم دید که وضعیت تراکم گراف هم‌تألیفی در تمام گرایش‌های ریاضی کمتر یا مساوی تراکم آن رشته‌هاست. به‌عنوان مثال (سهیلی و عصاره ۱۳۹۲) نشان دادند که قطر گراف هم‌تألیفی در مجلات علم اطلاعات ۸ می‌باشد. همچنین گراف‌های هم‌تألیفی مورد بحث در این مقاله نسبت به گراف هم‌تألیفی مقالات خارجی اعضای هیئت علمی رشته علوم تربیتی که در (نوچه ناسار، شمس مورکانی و قانعی‌راد ۱۳۹۷) مطالعه شده است، تراکم بیشتر است. درواقع قطر گراف مربوط به رشته علوم تربیتی در آن مقاله ۹ بوده است. تعداد مقالاتی که هیچ دوتا از آنها دارای نویسنده مشترک نیستند، در گرایش گراف و ترکیبیات نسبت به سایر گرایش‌ها بیشتر است. به‌عبارت‌دیگر، تعداد گروه‌های تحقیقاتی موازی و متمایز در گرایش گراف و ترکیبیات از سایر گرایش‌های ریاضی در سطح کشور بیشتر است. درواقع ۲۳ مقاله در گرایش گراف و ترکیبیات وجود دارند که هر محققی در حداکثر یکی از مقالات نقش نویسنده را دارد. از این لحاظ گرایش تحقیق در عملیات در رتبه بعدی با ۱۹ مقاله قرار دارد و گرایش نظریه گروه‌ها از این نظر در رتبه آخر قرار دارد.

پیشنهادهای اجرایی پژوهش

۱. برنامه‌ریزی جامعه پژوهشگران ریاضی به‌صورت تخصصی برای گرایش‌های مختلف، در جهت یافتن روش‌های گسترش همکاری پژوهشگران این حوزه؛

۲. تشویق و انگیزه‌دادن به پژوهشگران حوزه ریاضی به انجام پژوهش‌های گروهی و آشناکردن آنها با نقاط قوت کارهای گروهی؛
۳. توصیه پژوهشگران جوان و دانشجویان تحصیلات تکمیلی به انجام پژوهش‌های مشترک گروهی با کیفیت بال؛ .
۴. برگزاری همایش‌ها و کارگاه‌های آموزشی در سطح کشور و معرفی نویسندگان برتر این رشته و فراهم‌کردن زمینه همکاری پژوهشگران دیگر با این پژوهشگران؛
۵. درنظرگرفتن زیرساخت‌های پژوهشی و تخصیص بودجه از طرف دولت و صنعت برای پژوهش‌های علوم پایه در راستای هدایت این پژوهش‌ها به سمت موضوع‌های کاربردی.

پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی

با توجه به اینکه در پژوهش‌های پیشین از روش‌ها و پارامترهای علم‌سنجی برای مطالعه میزان همکاری پژوهشی محققین استفاده شده است و هیچ پژوهشی در مورد تحلیل همکاری علمی پژوهشگران متکی به روش‌های دقیق ریاضی تا قبل از این مقاله وجود ندارد، در پژوهش‌های آینده می‌توان به بررسی و تحلیل کیفی همکاری پژوهشی در حوزه‌های موضوعی غیر از رشته ریاضی با استفاده از روش‌های دقیق و نرم‌افزارهای ریاضی به‌کاررفته در این مقاله مثلاً در رشته‌های علوم انسانی پرداخت. البته در انجام این تحقیق در مورد رشته‌های علوم انسانی می‌توان داده‌ها را از پایگاه‌های استنادی بومی و یا پایگاه استنادی جهان اسلام (آی. اس. سی.) و اسکوپوس استخراج کرد. از مزایای این روش استفاده دقیق از پارامترهای گرافی نظیر عدد رنگی، عدد خوشه‌ای، عدد استقلال و عدد تطابقی می‌باشد که معیارهای مناسبی برای سنجش دقیق میزان همکاری پژوهشی محققین یک رشته خاص یا محققین یک منطقه جغرافیایی خاص یا یک مؤسسه می‌باشد. بنابراین پیشنهاد می‌کنیم که در پژوهش‌های آینده از پارامترهای گرافی در تحلیل گراف‌های هم‌تألیفی استفاده شود.

تقدیر و تشکر: نویسندگان این مقاله لازم می‌دانند از داوران محترم به خاطر پیشنهادات مفید آنها در راستای بهبود نگارش مقاله، مراتب سپاس و تشکر خود را اعلام نمایند.

فهرست منابع

بشیری، جواد؛ گیلوری، عباس (۱۳۹۷). هم‌تألیفی در نشریات علمی سازمان تحقیقات، آموزش و ترویج کشاورزی. *پژوهش‌نامه علم‌سنجی*. ۴(۲)، ۷۳-۸۶.

تاج‌الدینی، اورانوس؛ سهیلی، فرامرز؛ سادات‌موسوی، علی (۱۳۹۸). سنجه‌های مرکزیت در شبکه‌های هم‌نویسندگی: هم‌افزایی یا هم‌زدایی در عملکرد پژوهشی پژوهشگران. *پژوهش‌نامه پردازش و مدیریت اطلاعات*. ۳۴(۳)، ۱۴۲۳-۱۴۵۲.

حریری، نجلا؛ نیکزاد، مهسا (۱۳۹۰). شبکه‌های هم‌تألیفی در مقالات ایرانی رشته‌های کتابداری و اطلاع‌رسانی، روان‌شناسی، مدیریت و اقتصاد در پایگاه آی. اس. آی. بین سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۹. *پژوهش‌نامه پردازش و مدیریت اطلاعات*. ۲۶(۴) ۸۲۵-۸۴۴.

حسن‌زاده، پریسا؛ اسفندیاری مقدم، علیرضا؛ سهیلی، فرامرز؛ موسوی چلک، افشین (۱۳۹۷). هم‌نویسندگی و رابطه بین

نفوذ اجتماعی و میزان کارایی و بهره‌وری پژوهشگران حوزه نارسایی مزمن قلب و عروق. *پژوهش‌نامه علم‌سنجی*. ۴(۲)، ۱۴۳-۱۶۰.

سهیلی، فرامرز؛ عصاره، فریده (۱۳۹۲). بررسی تراکم و اندازه شبکه اجتماعی موجود در شبکه هم‌نویسندگی مجلات علم اطلاعات. *پژوهش‌نامه پردازش و مدیریت اطلاعات*. جلد۲۹، شماره ۲، ۳۵۱-۳۷۲.

صدیقی، مهری (۱۳۹۶). تحلیل وضعیت تولیدات علمی محققان ایرانی در برخی حوزه‌های موضوعی با استفاده از شاخص‌های علم‌سنجی و تحلیل شبکه‌های اجتماعی. *پژوهش‌نامه پردازش و مدیریت اطلاعات*. ۳۲(۴)، ۹۶۷-۹۶۷.

عرفان‌منش، محمدامین؛ بصیریان جهرمی، رضا (۱۳۹۱). شبکه‌های هم‌تألیفی مقالات منتشرشده در فصل‌نامه مطالعات علمی کتابداری و سازمان‌دهی اطلاعات با استفاده از شاخص‌های شبکه‌های اجتماعی. *فصل‌نامه مطالعات کتابداری و سازمان‌دهی اطلاعات*. ۹۴، ۷۷-۹۶.

عصاره، فریده؛ سهیلی، فرامرز؛ فرج‌پور، عبدالحسین؛ معرف‌زاده، عبدالحمید (۱۳۹۱). بررسی سنجه مرکزیت در شبکه هم‌نویسندگی مقالات مجله‌های علم اطلاعات، *پژوهش‌نامه کتابداری و اطلاع‌رسانی*. ۲(۲)، ۱۸۱-۲۰۰.

عصاره، فریده؛ نوروزی چاکلی، عبدالرضا؛ کشوری، مریم (۱۳۸۹). هم‌نویسندگی پژوهشگران ایرانی در نمایه‌های استنادی علوم، علوم اجتماعی، هنر و علوم انسانی در پایگاه وب آو ساینس در سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۶،، *پژوهش‌نامه پردازش و مدیریت اطلاعات*. ۲۵(۴)، ۵۷۳-۵۹۵.

محمدحسن‌زاده، حافظ؛ ابوالقاسم گرجی، حسن؛ شکرانه ننه کران، فرهاد؛ ولی‌نژادی، علی (۱۳۸۷). بررسی تولیدات علمی نویسندگان دانشگاه علوم پزشکی ایران همراه با شبکه‌های تألیف مشترک در پایگاه وب آوساینس تا پایان سال ۲۰۰۷ میلادی. *رهیافت*. (۱۱): ۵۹-۶۷.

محمدیان، سجاد؛ وزیری، اسماعیل (۱۳۹۶). تحلیل و مصوّرسازی شبکه هم‌تألیفی دانشگاه‌های علوم پزشکی وابسته به وزارت بهداشت با استفاده از سنجه‌های تحلیل شبکه اجتماعی بر اساس داده‌های وب آو ساینس، *مجله دانشکده پیراپزشکی علوم پزشکی تهران (پیاورد سلامت)*، ۱۱(۱)، ۴۳-۵۶.

نوچه ناسار، حمیدرضا؛ شمس مورکانی، غلامرضا؛ قانعی‌راد، محمدامین (۱۳۹۷). تحلیل شبکه اجتماعی هم‌نویسندگی مقالات خارجی اعضای هیئت علمی رشته علوم تربیتی، *پژوهش‌نامه علم‌سنجی*. جلد ۴(۲)، ۳۳-۵۶.

Ajiferuke I., Burell Q, and Tague J. 1988. Collaborative, coefficient: a singale measure of the degree of collaboration in research. *Scientometric* 14 (5-6): 421-433.

Barabasia A, Jeong L, Neda H, Ravasz Z, Schubert E, Vicsek A. (2002). "Evolution of the social network of scientific collaborations". *Physica A: Statistical* 311: 590–614.

Beaver D de B, Rosan R. (1978), Studies in scientific collaboration 1, *Scientometrics* 1(1): 65-84.

Beaver, D de B, Rosan R. (1979a), Studies in scientific collaboration 1, *Scientometrics* 1(2): 133-149.

Beaver, D de B, Rosan R. (1979b), Studies in scientific collaboration 1, *Scientometrics* 1(3): 233-245.

Besancenot D, Huynh K, Serranito F. (2017). Co-authorship and research productivity in economics: Assessing the assortative matching hypothesis, *Journal of Economic Modelling, article in press*.

Biscaro C, Giupponi, C. (2014). Co-Authorship and bibliographic coupling network effects on citations, *Plos One*, Vol. 9, No. 6.

Bondy J.A. Murty U.S.R. (1976), Graph Theory with Applications, *American Elsevier*, New York.

Borgatti S. P. (2005). Centrality and network flow. Social Networks 27(1): 55-71.Cabanac G, Hubert G, Milard B. (2015). Academic careers in Computer Science: Continuance and transience of lifetime co-authorships. *Scientometrics*, 102(1): 135-150.

Cygler J. (2015). Structural pathology in inter-organizational networks and the decision-making autonomy of its members. In Management of Network Organizations; Sroka W, Hittmár Š, Eds.; Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 95: 181–195.

Durbacha Ian N, Naidooa D, Mouton J. (2008). Co-authorship networks in South African chemistry and mathematics. *South African Journal of Science* 104: 487- 492.

Egghe L, Rousseau R. (1990). "Introduction to Informetrics: Quantitative methods in library, documentation and information science". Amsterdam: Elsevier.

Fatt C. K, Ujum E. A, Ratnavelu K. (2010). "The structure of collaboration in the Journal of Finance". *Scientometrics* 85(3), 849-860.

Garg K. C, Padhi P. (2001), A study of collaboration in laser science and technology. *Scientometrics* 51(2): 415-427.

Hudson J. (1996). "Trends in multi-authored papers in economics". *Journal of Economics Perspectives* 10, 153–8.

Jose F, Baroso C, Casanueva Galan J. L. (2006). Co-authorship in management and organizational studies: an empirical and network analysis. *Journal of management studies* 43: 0022-2380.

Lijun S. (2017). Co-authorship Network in Transformation research, *The Media Laboratory*, *Massachusett of Technology*, Cambridge. M. A, in Press.

Marshakova-Shaikevich, I. (2006). Scientific Colloboration of new 10. EU Countries in the field of social Sciences. *Information processing and management* 42: 1592-1598.

Moody J. (2004). "The structure of a social science collaboration network: Disciplinary cohesion from 1963 to 1999". *American Sociology Review* 69(2): 213–238.

Newman M. E. J. (2001). "The structure of scientific collaboration networks". *Proceedings of the National Academy of Sciences* 98(2): 404–409.

Newman M. E. J. (2004). "Co-authorship networks and patterns of scientific collaboration". *Proceeding of National Academic Society* 101(2): 5200–5205.

Osareh F, Wilson C.S. (2002), Collaboration in Iranian scientific publications. Libri 52: 88-98.

Osca-Lluch J, Velasco E, Lopez M, Haba J. (2009). Co-authorship and citation networks in spanish history of science research. *Scientometrics* 80(2): 375-385.

Parkhe A, Wasserman S, Ralston, D. A. (2006). New frontiers in network theory development *academy of Management Review* 31(3), 560-568.

Popp J, Balog P, Oláh J.I, Kot S, Rákos M.H, Lengyel P. (2018). Social Network Analysis of Scientific Articles Published by Food Policy, *Sustainability* 10(577): 1-22.

Tajedini O, Ghazizade A, Sadatmoosavi A. (2018). Identifying the Effects of Co-authorship Strategies on the Citation-based Performance of Scholars: A Social Networks Analysis, *Journal of Scientometric Res* 7(1): 19-28.

Vizing V.G. Critical Graphs with Given Chromatic Class, *Diskret*, Analiz 5; 1965: 9–17.

Van Noorden R. (2010). Metrics: A profusion of measures. *Nature*, 465: 864–866.

Vanderels D. (2015). Social Network Analysis As a Tool for Research Policy. *PLoS Negl Trop Dis*, 9(12); e0004266.

West D.B. (2001), Introduction to Graph Theory, 2nd ed., Prentice Hall, Upper Saddle River.

Wilson C.S, Osareh, F.(2003), Science and research in Iran: a scientometrics study. *Interdisciplinary Science Reviews* 28(1): 26-37.